

Mathematischer Wettbewerb

in den Klassenstufen 4 und 5

um den Pokal des Rektors der Universität Rostock

Aufgaben und Lösungen

2014 – 2022

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	4
Jahrgangsstufe 4	5
2014 – Aufgaben	6
2014 – Lösungen	10
2015 – Aufgaben	14
2015 – Lösungen	19
2016 – Aufgaben	23
2016 – Lösungen	28
2017 – Aufgaben	33
2017 – Lösungen	40
2018 – Aufgaben	45
2018 – Lösungen	53
2019 – Aufgaben	57
2019 – Lösungen	65
2022 – Aufgaben	69
2022 – Lösungen	78
Jahrgangsstufe 5	87
2014 – Aufgaben	88
2014 – Lösungen	92
2015 – Aufgaben	96
2015 – Lösungen	100
2016 – Aufgaben	104
2016 – Lösungen	110
2017 – Lösungen	121
2018 – Aufgaben	126
2018 – Lösungen	133
2019 – Aufgaben	137
2019 – Lösungen	145
2022 – Aufgaben	149
2022 – Lösungen	157

Herausgeber: Universität Rostock,
Institut für Mathematik

Autoren: Lutz Hellmig
Viola Mandler
Petra Lämmel
Dr. Christine Sikora
Prof. Dr. Hans-Dieter Sill

Auflage: 2. Auflage, 2022

Vorwort

Der jährlich stattfindende mathematische Schülerwettbewerb um den Pokal des Rektors der Universität Rostock wird seit 1985 mit dem Ziel durchgeführt, Schüler der Klassenstufen 4 und 5 aller Schularten der Stadt Rostock für eine vertiefte Beschäftigung mit der Mathematik zu interessieren, das mathematische Klima an den Schulen anzuregen sowie mathematische Begabungen frühzeitig zu erkennen. Dazu kann jede Schule maximal fünf Schüler aus jeder der Klassenstufen 4 und 5 delegieren. Die drei besten Schülerleistungen fließen in die Schulwertung ein.

Einen Wanderpokal des Rektors erhält die Schule, von der drei Teilnehmer aus Klasse 4 die höchste Gesamtpunktzahl erreichen, ein zweiter Pokal wandert an diejenige weiterführende Schule, von der drei Schüler aus Klasse 5 die höchste Gesamtpunktzahl erhalten. Daneben werden auch Schülerinnen und Schüler für die besten Einzelleistungen mit Preisen und Anerkennungen ausgezeichnet. Seit der „Vereinbarung zwischen der Universität Rostock und dem Schulamt Rostock zur Durchführung des Wettbewerbs um den Pokal des Rektors“ vom 24.11.1993 sind vonseiten der Universität Mitarbeiter des Bereichs Didaktik der Mathematik für die Bereitstellung der Aufgaben (mit Lösungsvorschlägen) des Wettbewerbs verantwortlich. Zwei vom Schulamt beauftragte Mathematiklehrerinnen unterstützen die Durchführung des Wettbewerbs.

Seit einigen Jahren wird der Wettkampf um den Pokal des Rektors am Tag der Mathematik durchgeführt. Daher haben die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, sich auf dem Campusgelände der Ulmenstraße auch in der Zeit zwischen dem Schreiben der Klausur und der Siegerehrung mit mathematischen Themen zu beschäftigen. Seitdem haben sich jedoch die Aufgaben geändert: Sie sind komplexer geworden und können nicht mehr eindeutig mathematischen Disziplinen zugeordnet werden. Das Format der Aufgabenblätter gleicht nun eher Arbeitsblättern als - wie früher - reinen Aufgabenblättern. Aus diesem Grund präsentiert sich der nunmehr dritte Band der Zusammenstellung der Wettbewerbsaufgaben in neuer Form: Die Aufgaben sind getrennt nach Klasse 4 und 5 und innerhalb der Klassenstufen jahresweise angeordnet. Alle Aufgabenblätter sind originalgetreu eingefügt und können somit als Kopiervorlagen genutzt werden. Die Lösungen mit Punktverteilung folgen direkt auf die Arbeitsblätter des entsprechenden Jahres.

Die Autoren hoffen, dass diese Aufgaben in der Begabtenförderung, im Unterricht oder in der Freizeit vielseitig eingesetzt werden und erweitern diese Zusammenstellung jährlich mit den neuen Aufgaben.

Die notwendigen Einschränkungen durch die Covid-19-Pandemie bedingten den Ausfall des Wettbewerbes in den Jahren 2020 und 2021.

Ein Dank sei an dieser Stelle der Studentin Annika Topka für die Zusammenstellung und technische Bearbeitung dieser Aufgabensammlung gerichtet.

Rostock, im Oktober 2022

Jahrgangsstufe 4

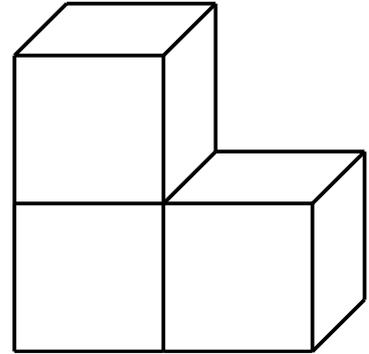
2014 – Aufgaben

Aufgabe 1 – Erbsenfiguren

Anna möchte aus Erbsen und Zahnstochern eine Figur bauen, die aus 3 Würfeln besteht. Die Erbsen will sie für die Eckpunkte und die Zahnstocher für die Kanten verwenden.

- a) Wie viele Erbsen braucht sie für die Eckpunkte?

- b) Wie viele Zahnstocher braucht sie für die Kanten?

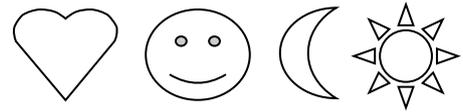


- c) Anna betrachtet ihr Kunstwerk von oben und von vorn.
Vervollständige die beiden Ansichten.

Ansicht von oben	Ansicht von vorn

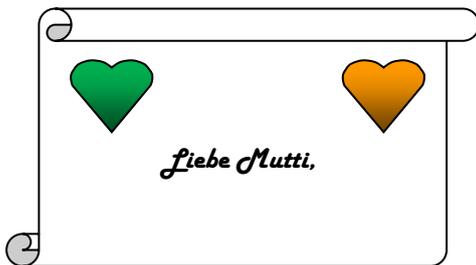
- d) Anna möchte die Figur so weiterbauen, dass die rechte Ecke ausgefüllt ist und damit ein kastenförmiger Körper aus 4 Würfeln entsteht.
Wie viele Erbsen und wie viele Zahnstocher braucht sie noch?

Aufgabe 2 – Stempel



Mias Mutti hat Geburtstag. Mia möchte ihr mit ihren neuen Stempeln eine Freude machen. Die Stempel zeigen die Formen eines Herzens, eines Smileys, eines Mondes und einer Sonne. Sie hat Stempelkissen in den Farben rot (r), blau (b), grün (g) und orange (o).

- a) Mia will die Geburtstagskarte mit 2 Herzen in verschiedenen Farben schmücken.
Welche Möglichkeiten hat sie dafür?
Führe die Tabelle fort.



linkes Herz	rechtes Herz
g	o
o	g

- b) Nun möchte sie eine kleine Decke gestalten und die Formen in einer 4 x 4 Anordnung aufstempeln. Dabei sollen sich keine Farbe und keine Form in den Reihen, Spalten und in den beiden Diagonalen wiederholen.
Gestalte eine Decke mit diesen Bedingungen.
Wenn du keine bunten Stifte hast, schreibe Abkürzungen für die Farben in die Formen.

Zum Probieren:

Lösung:

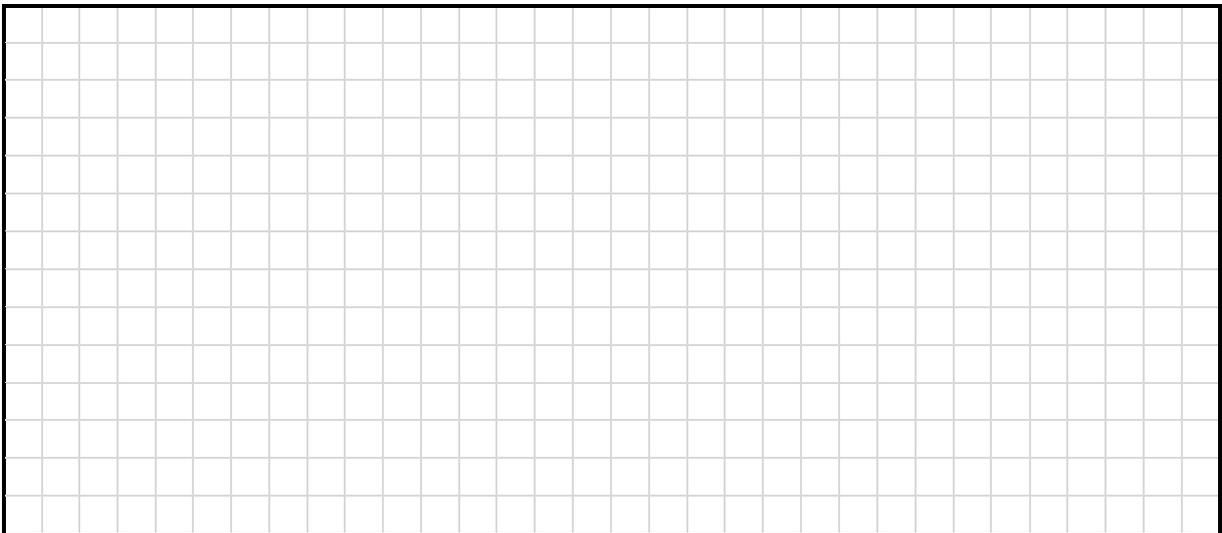
Aufgabe 3 – Seitenzahlen

In Büchern sind die Seiten so nummeriert, dass auf linken Seiten immer gerade Zahlen und auf rechten Seiten ungerade Zahlen stehen. Auf den ersten Seiten werden oft keine Seitenzahlen gedruckt. Im Kinderbuch „Sommerzauber“ von Linda Chapman ist 3 die erste und 127 die letzte aufgedruckte Seitenzahl.

- a) Steht die letzte aufgedruckte Seitenzahl auf einer rechten oder linken Buchseite?

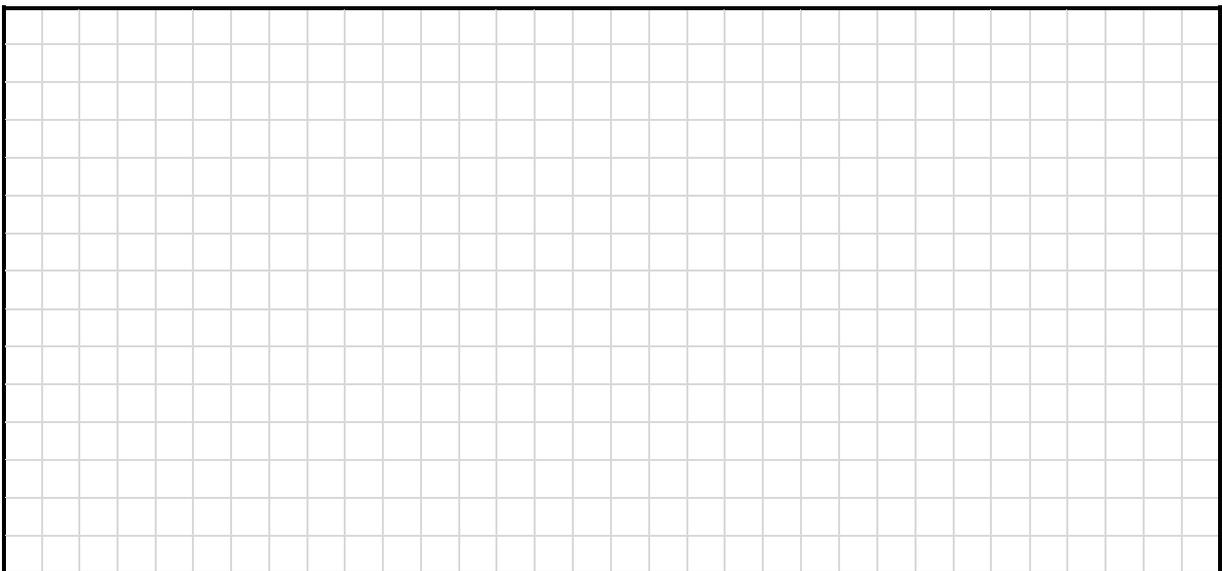
-
- b) Wie viele Ziffern wurden insgesamt für die aufgedruckten Seitenzahlen in diesem Buch benutzt?

Zähle geschickt und schreibe auf, wie du die Anzahl ermittelt hast.



- c) Wie oft wurde beim Drucken der Seitenzahlen die Ziffer 3 verwendet?

Zähle geschickt und schreibe auf, wie du die Anzahl ermittelt hast.



2014 – Lösungen

Aufgabe Nr. 1 Erbsenfiguren

(6P)

Anna möchte aus Erbsen und Zahnstochern eine Figur gebaut, die aus 3 Würfeln besteht.

Die Erbsen will sie für die Eckpunkte und die Zahnstocher für die Kanten verwenden.

a) Wie viele Erbsen braucht sie für die Eckpunkte? **1P**

20 Erbsen

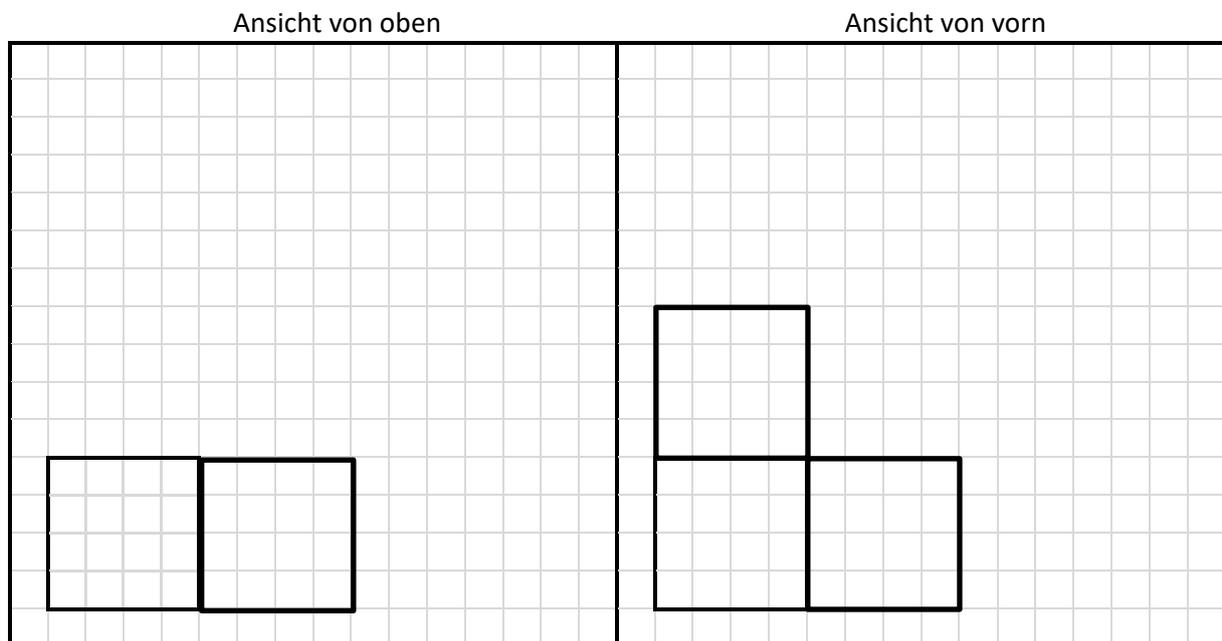
b) Wie viele Zahnstocher brauchte sie für die Kanten? **1P**

36 Zahnstocher

c) Anna betrachtet ihr Kunstwerk von oben und von vorn.

Vervollständige die beiden Ansichten.

Benutze zum Zeichnen die unteren Flächen. **2P**



d) Anna möchte die Figur so weiterbauen, dass die rechte Ecke ausgefüllt ist und damit ein kastenförmiger Körper aus 4 Würfeln entsteht

Wie viele Erbsen und wie viele Zahnstocher braucht sie noch?

7 Erbsen und **18** Zahnstocher **2P**

Aufgabe Nr. 2 Geburtstag

(5P)

Mias Mutti hat Geburtstag. Mia möchte ihr mit ihren neuen Stempeln eine Freude machen. Die Stempel zeigen die Formen eines Herzens, eines Smileys, eines Mondes und einer Sonne. Sie hat Stempelkissen in den Farben rot, blau, grün und orange.

- a) Die Geburtstagskarte will Mia mit 2 Herzen in verschiedenen Farben schmücken. Welche Möglichkeiten hat sie dafür?

2P

Führe die Tabelle fort.

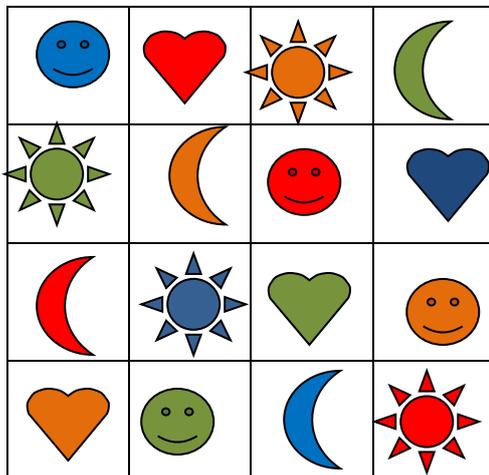
Linkes Herz	rechtes Herz
g	o
o	g
G	b
G	r
O	B
o	R
B	O
B	G
b	R
R	O
R	G
r	b



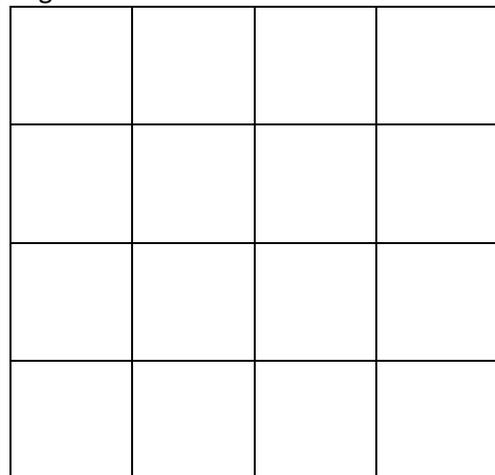
- b) Nun möchte sie eine kleine Decke gestalten und die Formen in einer 4 x 4 Anordnung aufstempeln. Dabei soll sich keine Farbe und keine Form in einer Reihe, Spalte oder in der Diagonalen wiederholen. Gestalte eine Decke mit diesen Bedingungen.

Wenn du keine bunten Stifte hast, schreibe Abkürzungen für die Farben in die Formen.

Zum Probieren:



Lösung:



Achtung, mehrere Möglichkeiten, schwer zu korrigieren

Jede Zeile, Spalte, Diagonale mit 1 Figur

1P

Jede Zeile, Spalte, Diagonale mit 1 Farbe

1P

Jede Figur in 4 verschiedenen Farben

1P

Aufgabe Nr. 3 Buchseiten

(6P)

In Büchern sind die Seiten so nummeriert, dass auf der linken Seite immer gerade Zahlen und auf der rechten Seite ungerade Zahlen stehen. Auf die ersten Seiten werden oft keine Seitenzahlen gedruckt, obwohl die Seiten gezählt werden. Das Kinderbuch „Sommerzauber“ von Linda Chapman beginnt mit der Seitenzahl 3 und endet mit der Seitenzahl 127.

- a) Steht die letzte Seitenzahl auf einer rechten oder linken Buchseite?

rechts

1P

- b) Wie viele Ziffern wurden insgesamt für die aufgedruckten Seitenzahlen in diesem Buch benutzt?

Zähle geschickt und schreibe auf, wie du die Anzahl ermittelt hast.

3-9: = 7 Ziffern
10-99: $2 \cdot 90 = 180$ Ziffern
100-127: $3 \cdot 28 = 84$ Ziffern
Summe: 271 Ziffern

3P

- c) Wie oft wurde beim Nummerieren die Ziffer 3 verwendet?

Zähle geschickt und schreibe auf, wie du die Anzahl ermittelt hast.

Einer: 3, 13, 23...93 10 Dreien
103, 113, 123 3 Dreien
Zehner: 30, 31...39 10 Dreien
Summe: 23 Dreien

2P

Aufgabe 4 – Von Drachen, Schlangen und Krokodilen

(5P)

Auf einer Insel lebten einst Schlangen, Krokodile und Drachen. Leider mussten sie sich, um zu überleben, gegenseitig auffressen:

Zum Frühstück verspeiste jeder Drache eine Schlange.

Zum Mittag fraß jedes Krokodil einen Drachen.

Zum Abend würgte jede Schlange ein Krokodil hinunter.

So wurden die Tiere auf der Insel immer weniger, bis am Freitag nach dem Abendessen nur noch eine einzige Schlange übrig war.

- a) Wie viele Schlangen, Krokodile und Drachen gab es an diesem Freitag am frühen Morgen noch vor dem Frühstück? Rechne unten und schreibe hier die Antwort auf.

Antwort: **2 Schlangen, 1 Drachen, 1 Krokodil**

- b) Wie viele Schlangen, Krokodile und Drachen gab es an dem Tag davor, also am frühen Donnerstagmorgen noch vor dem Frühstück?

Rechne unten und schreibe hier die Antwort auf.

Antwort: **6 Schlangen, 4 Drachen, 3 Krokodile**

- c) Wie viele Schlangen, Krokodile und Drachen gab es am Mittwoch davor am frühen Morgen noch vor dem Frühstück? Rechne unten und schreibe hier die Antwort auf.

Antwort: **19 Schlangen, 13 Drachen, 9 Krokodile**

Lösung:

Rückwärtsarbeiten

je Tag 1 P = 3 P + 2P Lösungsweg

	Schlange	Drachen	Krokodile
Freitag	1		
Vor Abendbrot	1		1
Vor Mittag	1	1	1
a) Vor Frühstück	2	1	1
Donnerstag			
Vor Abendbrot	2	1	3
Vor Mittag	2	4	3
b) Vor Frühstück	6	4	3
Mittwoch			
Vor Abendbrot	6	4	9
Vor Mittag	6	13	9
c) Vor Frühstück	19	13	9

2015 – Aufgaben

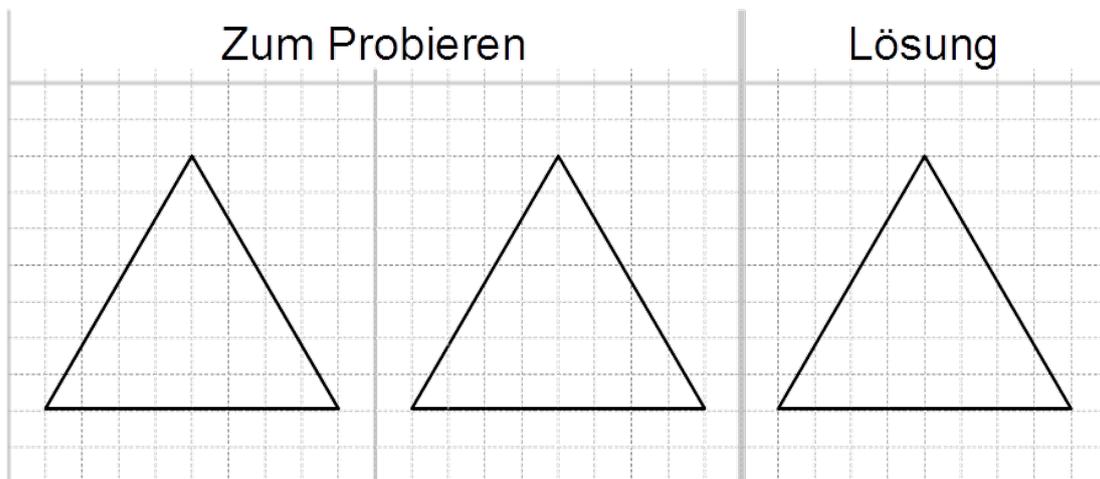
Aufgabe 1 - Formen schneiden

Petra möchte Dreiecke mit drei gleich langen Seiten in folgende Figuren zerschneiden:

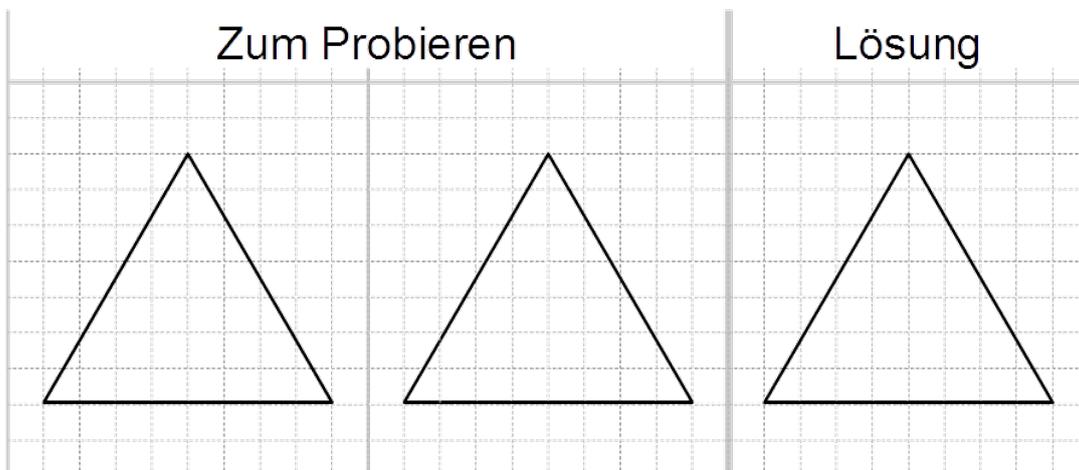
- a) Zwei gleiche Dreiecke,
- b) Drei gleiche Dreiecke,
- c) Vier gleiche Dreiecke,
- d) Drei gleiche Drachenvierecke.
- e) Schließlich möchte sie ein Dreieck in mehr als vier gleiche Figuren zerschneiden.

Skizziere in der Lösung jeweils die Linien, an denen Petra entlang schneiden muss, um die gewünschten Figuren zu erhalten.

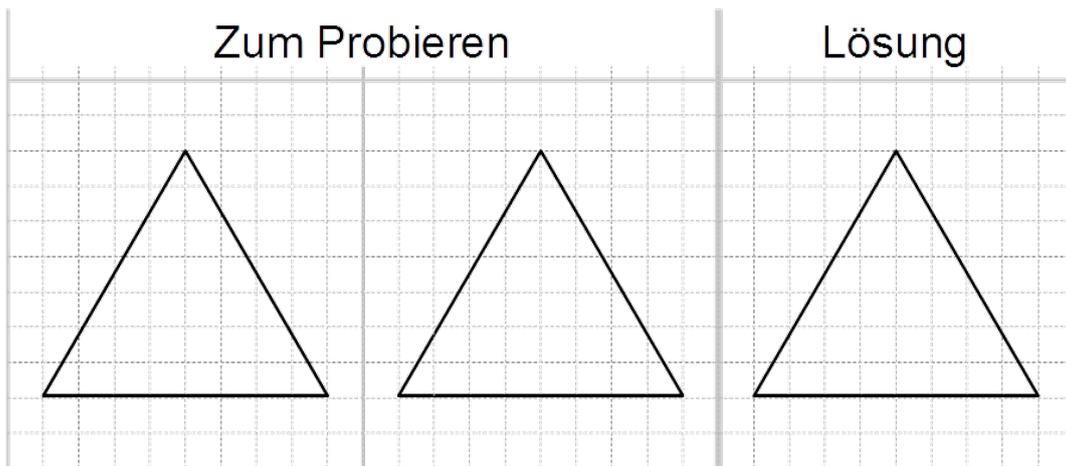
- a) zwei gleiche Dreiecke



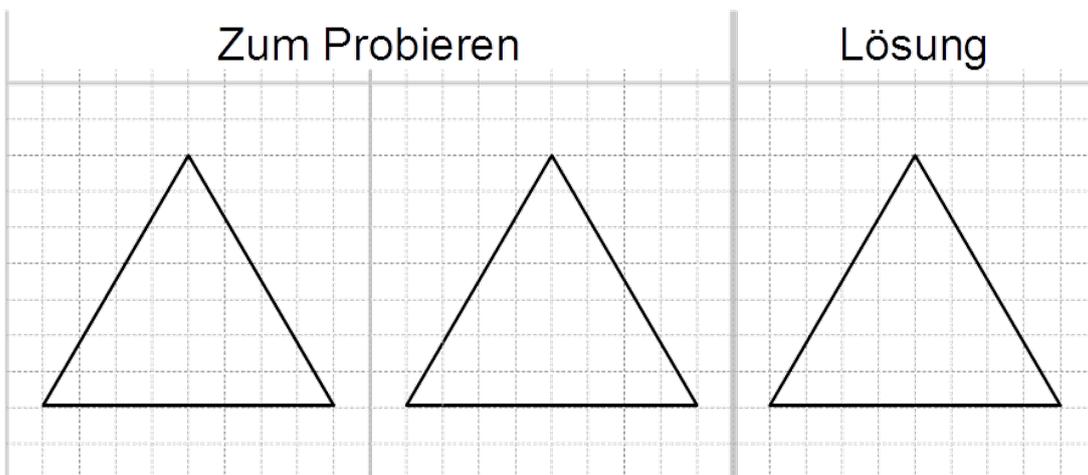
- b) drei gleiche Dreiecke



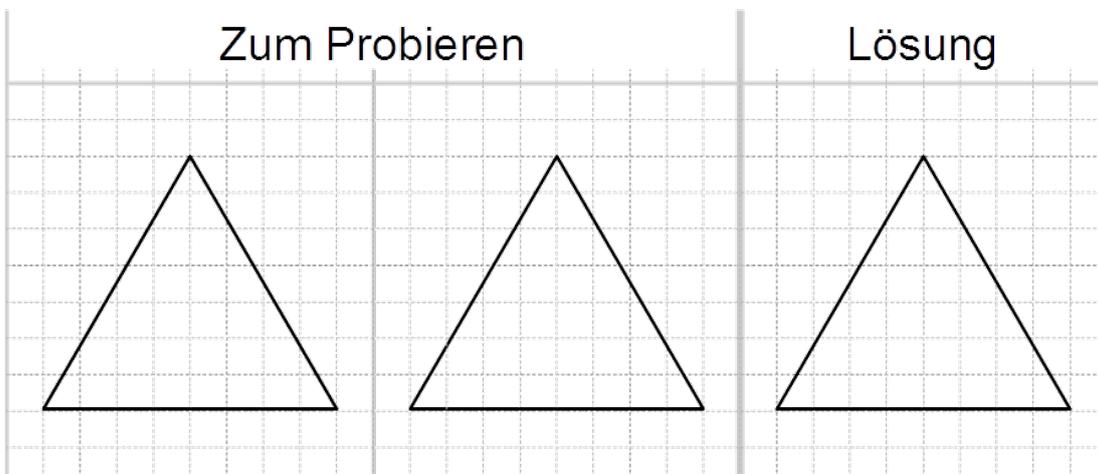
c) vier gleiche Dreiecke



d) drei gleiche Drachenvierecke



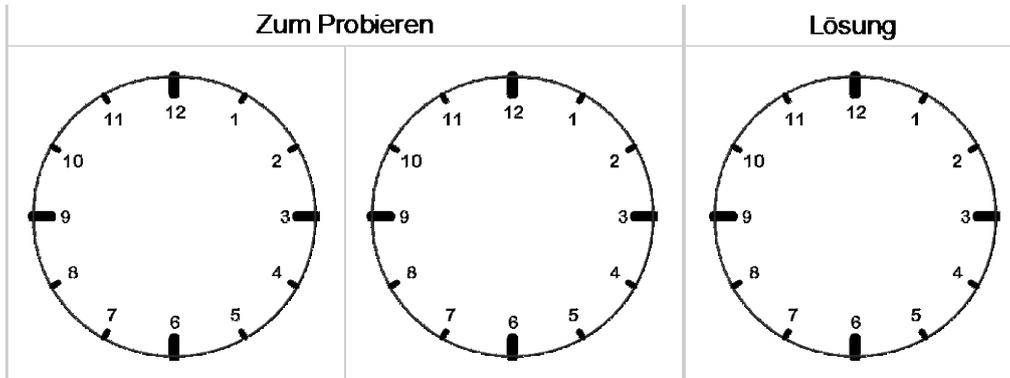
e) mehr als vier gleiche Figuren



Aufgabe 3 - Teilen eines Ziffernblattes

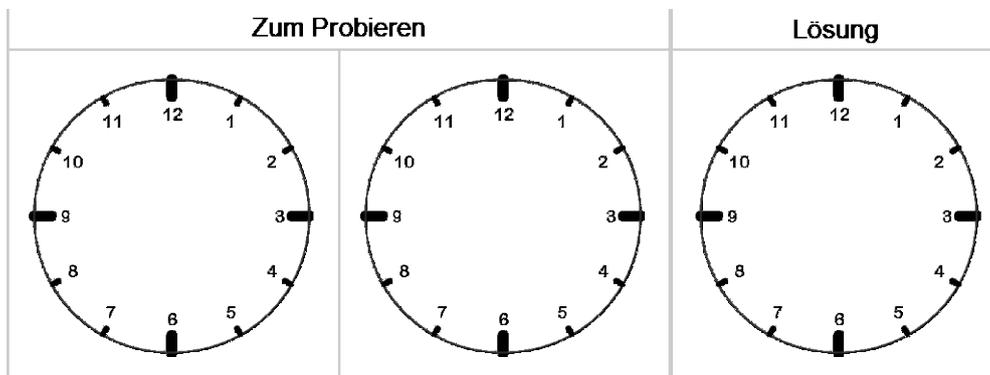
Auf den Ziffernblättern von Uhren siehst du die Zahlen von 1 bis 12. Du sollst nun die Ziffernblätter so durch Geraden in Teile zerlegen, dass die Summe der Zahlen in jedem Teil gleich groß ist. Zeichne die Geraden nicht durch Zahlen der Uhr.

- a) Zerlege das Ziffernblatt durch **eine** Gerade in **zwei** Teile.
Zeige durch eine Rechnung, dass die Summe in den Teilen wirklich gleich ist.



Rechnung																		

- b) Zerlege das Ziffernblatt durch **zwei** Geraden in **drei** Teile.
Zeige durch eine Rechnung, dass die Summe in den Teilen wirklich gleich ist.



Rechnung																		

- c) Begründe, dass es keine Möglichkeit gibt, mit **drei** Geraden das Ziffernblatt in **vier** Teile so zu zerlegen, dass in allen Teilen die gleiche Summe entsteht.

2015 – Lösungen

Aufgabe Nr. 1 Formen schneiden

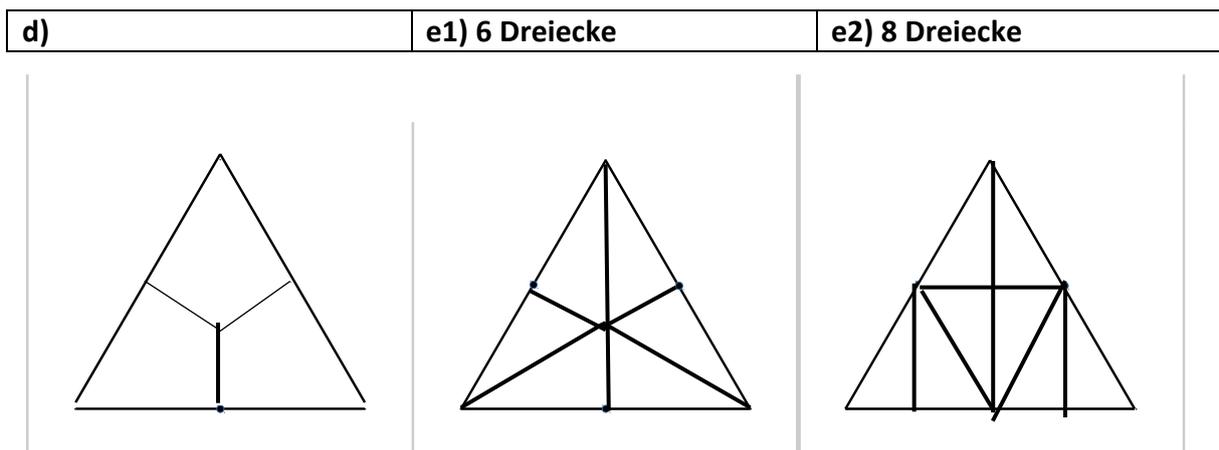
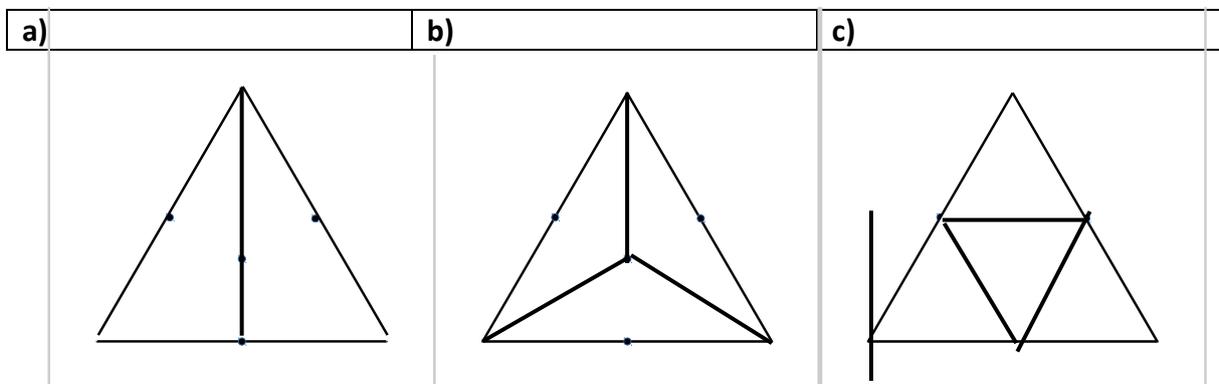
(5P)

Petra möchte Dreiecke mit drei gleich langen Seiten in folgende Figuren zerschneiden.

- a) Zwei gleiche Dreiecke.
- b) Drei gleiche Dreiecke.
- c) Vier gleiche Dreiecke
- d) Drei gleiche Drachenvierecke.
- e) Schließlich möchte sie ein Dreieck in mehr als vier gleiche Figuren zerschneiden.

Skizziere in der Lösung jeweils die Linien, an denen Petra entlang schneiden muss, um die gewünschten Figuren zu erhalten.

Damit Du möglichst genau zeichnen kannst, sind die Mittelpunkte der Seiten markiert sowie der Punkt im Dreieck, der zu allen Eckpunkten den gleichen Abstand hat.



Aufgabe Nr. 2 Großmutter's Uhr**(6P)**

Großmutter's Uhr geht in jeder Stunde 20 Sekunden nach. Jeden Morgen um 8:00 Uhr stellt die Großmutter diese Uhr richtig entsprechend der Zeitansage im Radio.

- a) Rechne aus, um wie viele Minuten die Uhr jeden Morgen nachgeht, wenn sie 24 Stunden gelaufen ist.
- b) Um 20 Uhr will Großmutter immer die Tagesschau sehen.
Rechne aus, wann die Tagesschau nach Großmutter's Uhr beginnt.
- c) An einem Dienstag stellt Großmutter ihre Uhr um 8:00 Uhr vorsichtshalber auf 8:10 Uhr.
Rechne aus, wann die Uhr erstmalig die richtige Zeit anzeigt
- d) Großmutter geht auf Weltreise und hat am 17. Juni, morgens um 8:00 Uhr, letztmalig ihre Uhr gestellt. Rechne aus, wann die Uhr zu Hause erstmalig die richtige Zeit anzeigt, wenn sie nicht gestellt wird.

a)	$24 \cdot 20 \text{ s} = 480 \text{ s}$	$480 \text{ s} : 60 = 8 \text{ min}$	1P
b)	$12 \cdot 20 = 240 \text{ s}$	$240 \text{ s} : 60 = 4 \text{ min}$ Beginn 19.56 Uhr	1P
c)	$10 \text{ min} = 600 \text{ s}$ $600 \text{ s} : 20 = 30 \text{ d.h.}$ oder lt. a) nach einem Tag 8 min, also fehlen noch 2 min = $120 \text{ s} : 20 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ h} \rightarrow 8 \text{ Uhr} + 6 \text{ h} \rightarrow 14 \text{ Uhr des Folgetages}$		2P
d)	Lt. a) pro Tag 8 min. $12 \cdot 60 = 720$: 8 min $\rightarrow 90 \text{ d}$ $\rightarrow 15.09.20 \text{ Uhr}$		2P

Aufgabe Nr. 3 Zerlegung des Ziffernblattes

(5P)

Auf dem Ziffernblatt der Uhr siehst du die Zahlen von 1 bis 12. Du sollst nun das Ziffernblatt so durch Geraden in Teile zerlegen, dass die Summe der Zahlen in jedem Teil gleich groß ist. Zeichne die Geraden nicht durch Zahlen der Uhr.

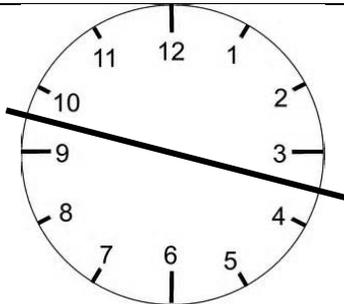
Zerlege das Ziffernblatt

- a) durch eine Gerade in zwei Teile und
- b) durch zwei Geraden in drei Teile.

Zeige durch eine Rechnung, dass die Summe in den Teilen wirklich gleich ist.

- c) Begründe, dass es keine Möglichkeit gibt, mit drei Geraden das Ziffernblatt in vier Teile so zu zerlegen, dass in allen Teilen die gleiche Summe entsteht.

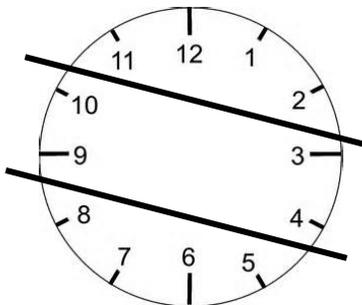
a) 2P



Summe $1 + 2 + \dots + 12 = 78$

$78 : 2 = 39$ Je Teil muss die Summe 39 sein.

b) 2P



Summe 78: $3 = 26$

c) 1P

4 ist kein Teiler von 78, deshalb ist die Einteilung in 4 gleiche Teile nicht möglich.

Denn $78 : 4 = 19,5$ oder $19 \text{ R}2$

Aufgabe Nr. 4 Süßer Honig

(6P)

Zwei Bärenkinder tollen durch den Wald. Sie sind zusammen 32 Monate alt. Der eine ist dreimal so alt wie der andere. Sie finden einen Bienenstock voll Honig. Es ist so viel Honig, dass sie beide 24 Minuten benötigen würden um den Honig aufzuessen.

- Bestimme das Alter der beiden Bärenkinder.
- Da es so viel Honig ist, beschließen sie, mit Oma und Opa Bär zu teilen. Wie lange benötigen die Vier für diese Mahlzeit, wenn alle gleich viel und gleich schnell schlecken? Schreibe auf, wie du auf die Lösung gekommen bist.
- Wie viele Freunde können sie noch zusätzlich einladen, wenn sie gemeinsam mit Oma, Opa und den Freunden den gesamten Honig in drei Minuten aufessen wollen und jeder immer gleich viel und gleich schnell schleckt? Schreibe auch auf, wie du auf die Lösung gekommen bist.

Lösungen

- 32: 4 = 8** ein Kind ist 8 Monate, das andere **3 * 8 = 24** 1P
- Je mehr Personen, umso weniger Zeit wird zum Essen benötigt. Doppelt so viele Personen können halb so viel essen.** 2P

Personen	Zeit
2	24 min
4	12 min

- Je mehr Personen, umso weniger Zeit wird zum Essen benötigt. Doppelt so viele Personen können halb so viel essen.** 3P

Personen	Zeit
2	24 min
16	3 min

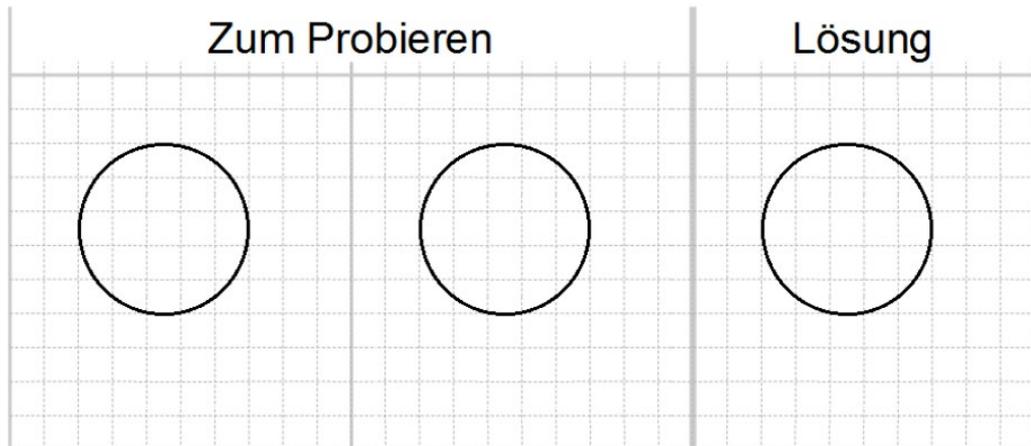
16 - 4 = 12 Freunde können noch eingeladen werden.

2016 – Aufgaben

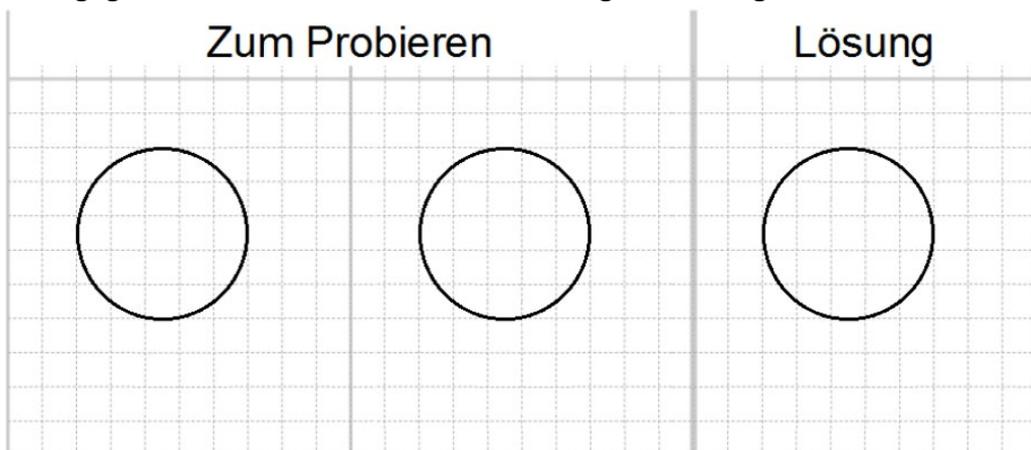
Aufgabe 1: Kreis und Dreieck

Ein Kreis und ein Dreieck können unterschiedlich viele gemeinsame Punkte haben. Zeichne ein Dreieck, so dass gilt:

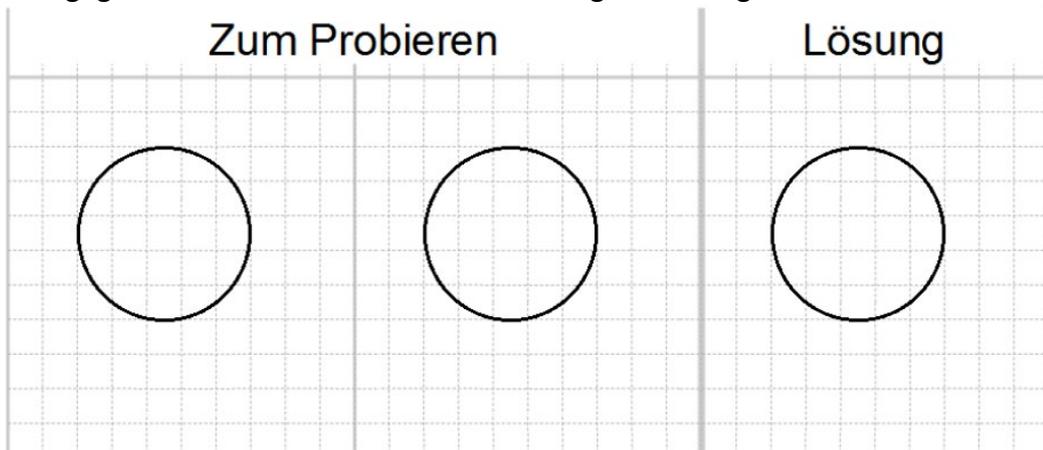
- a) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau einen gemeinsamen Punkt.



- b) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau zwei gemeinsame Punkte.



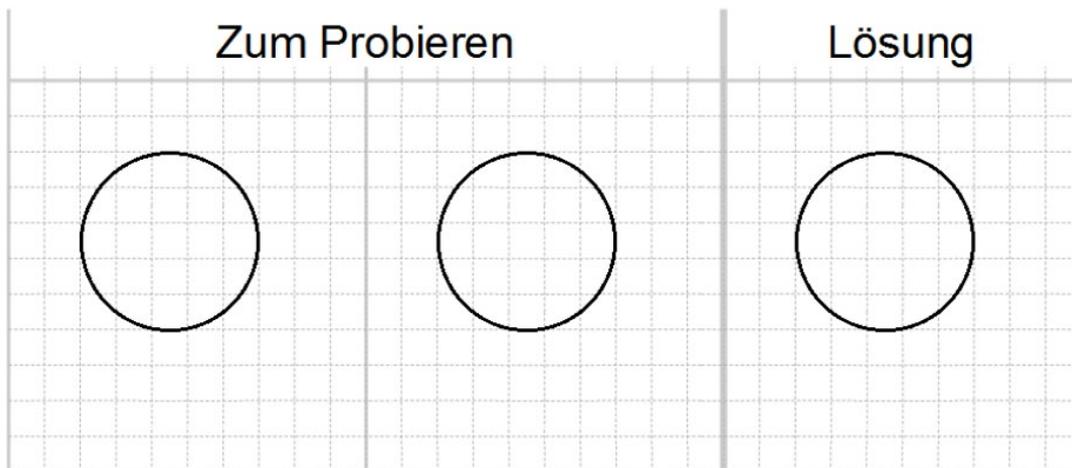
- c) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau drei gemeinsame Punkte.



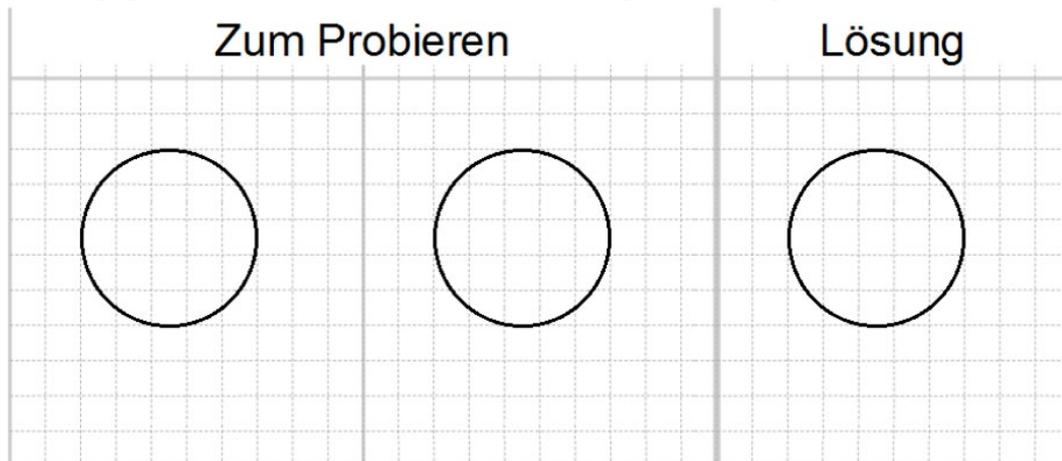
Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 1: Kreis und Dreieck (Fortsetzung)

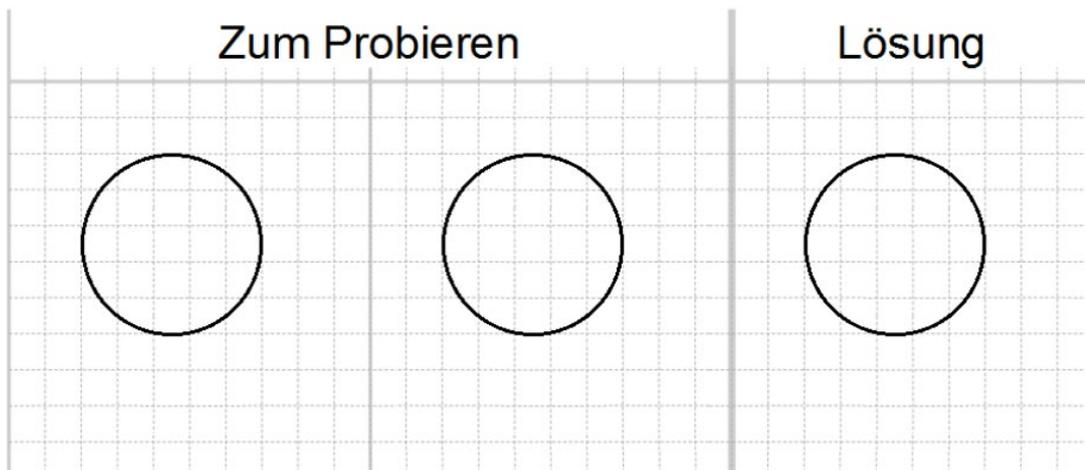
d) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau vier gemeinsame Punkte.



e) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau fünf gemeinsame Punkte.



f) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau sechs gemeinsame Punkte.

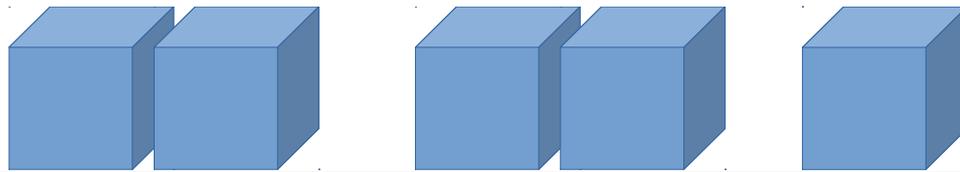


Aufgabe 3: Bausteine

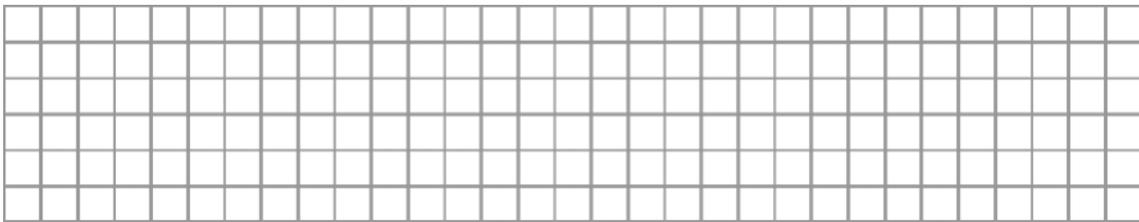
In einer Kiste liegen mehrere gleich große Bausteine. Wenn man diese in Gruppen zu je zwei Bausteinen ordnet, so bleibt ein Baustein übrig.

Auch beim Ordnen in Gruppen zu je drei bleibt ein Baustein übrig, und sogar beim Bilden von Vierergruppen bleibt ein Rest von einem Baustein.

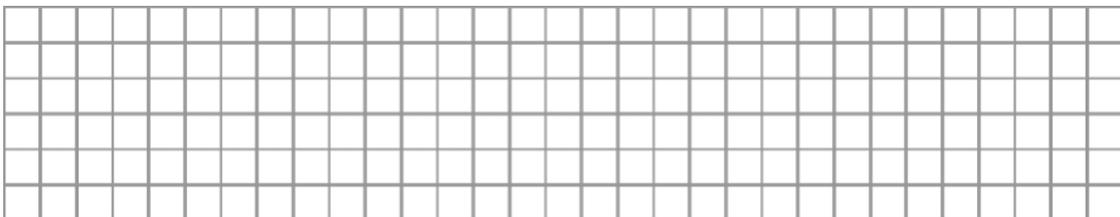
Beispiel: Ordnet man fünf Bausteine in Gruppen zu je zwei Steinen, bleibt einer übrig.



- a) Gib eine mögliche Anzahl an Bausteinen an.
Zeige durch Rechnung, dass diese Anzahl stimmt.



- b) Gib zwei weitere Möglichkeiten an, wie viele Bausteine in der Kiste sein könnten.
Zeige durch Rechnung, dass diese stimmen.



- c) Wie viele Bausteine könnten in der Kiste sein, wenn beim Bilden von Vierergruppen und auch beim Bilden von Dreiergruppen immer ein Rest von zwei Bausteinen bleibt?
Gib mindestens zwei Lösungen an.



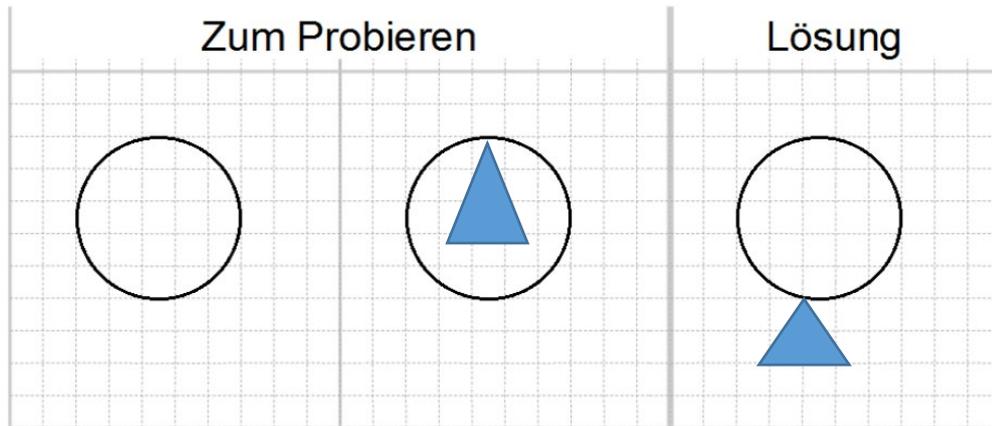
2016 – Lösungen

Aufgabe 1: Kreis und Dreieck

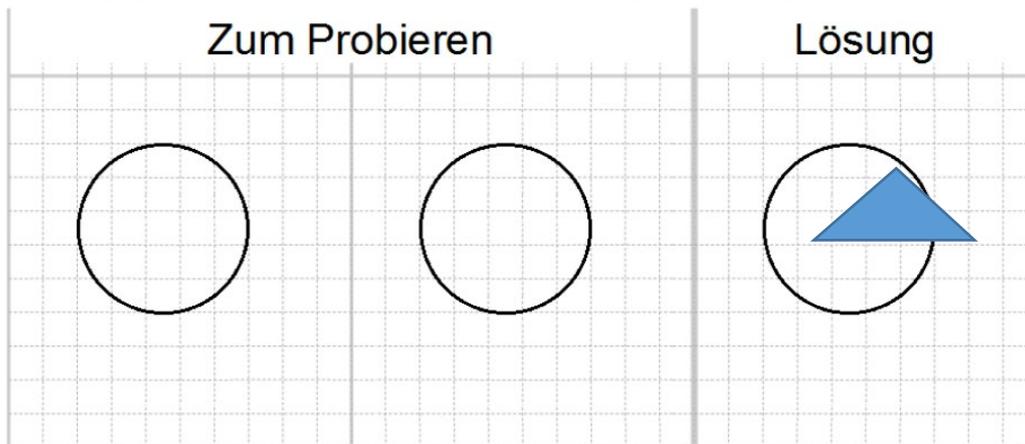
(6P)

Ein Kreis und ein Dreieck können unterschiedlich viele gemeinsame Punkte haben. Zeichne ein Dreieck, so dass gilt:

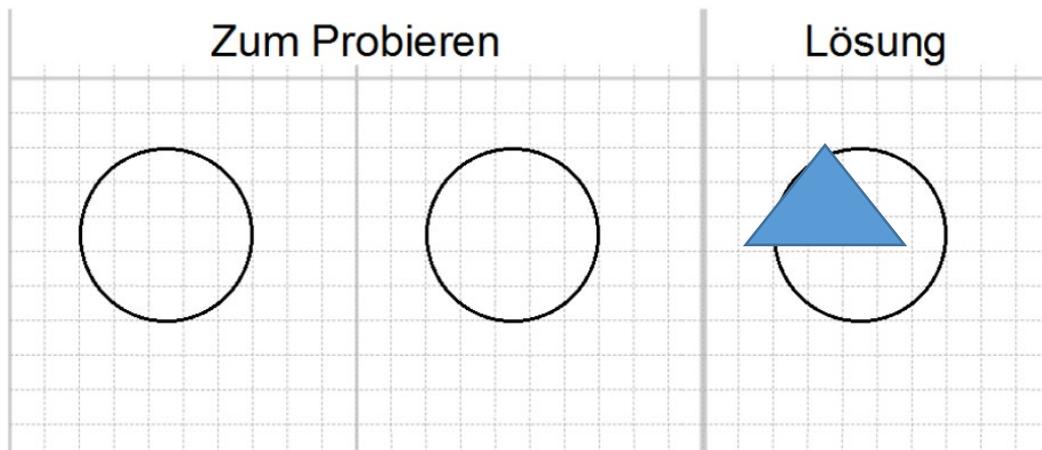
- a) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau einen gemeinsamen Punkt. 1P



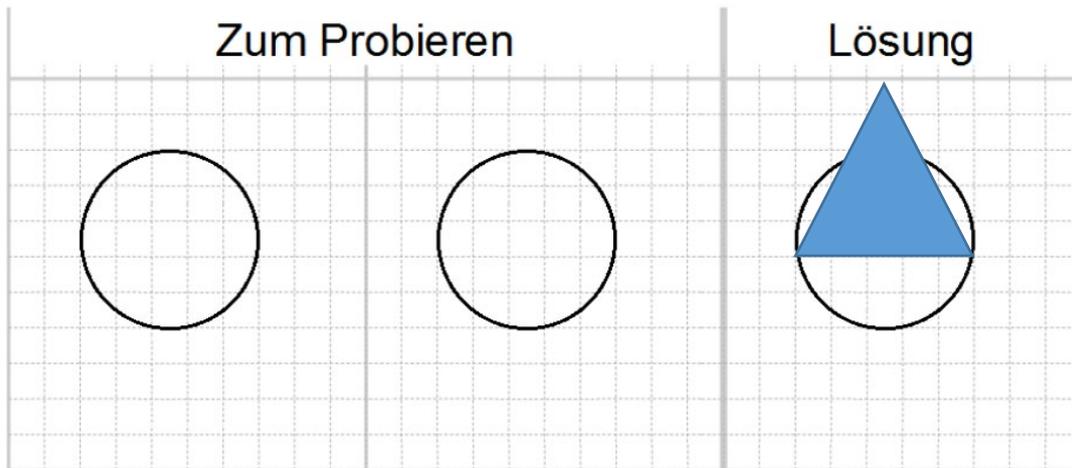
- b) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau zwei gemeinsame Punkte. 1P



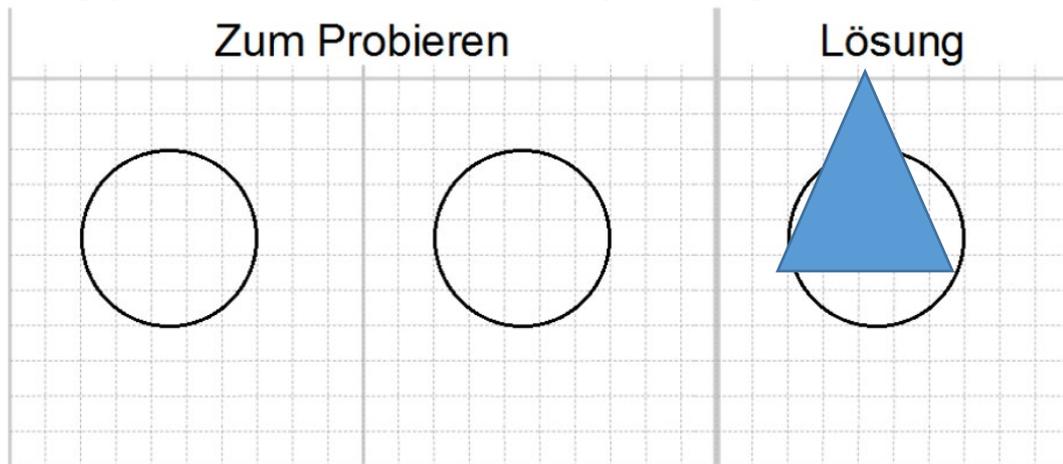
- c) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau drei gemeinsame Punkte. 1P



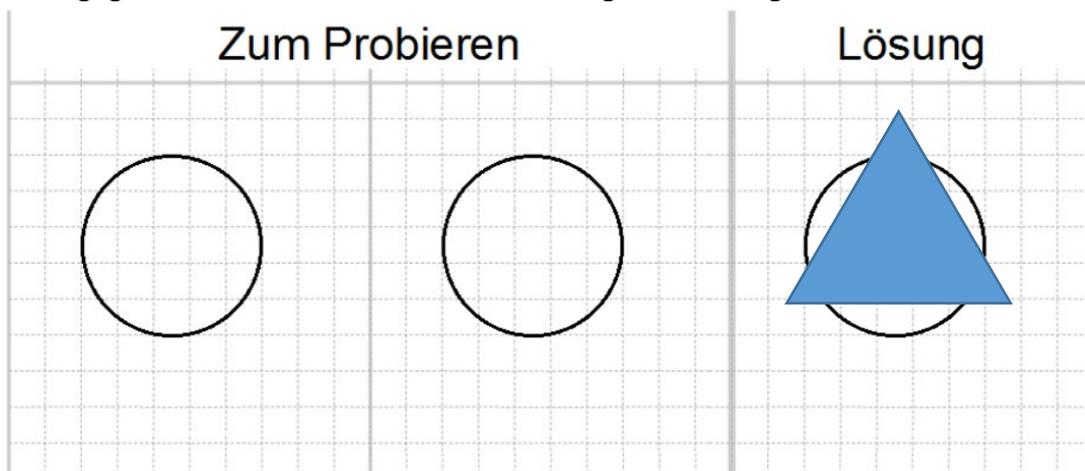
d) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau vier gemeinsame Punkte. 1P



e) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau fünf gemeinsame Punkte. 1P



f) Der gegebene Kreis und dein Dreieck haben genau sechs gemeinsame Punkte. 1P



Aufgabe 2: Geldgeschenke

(7P)

Oma und Opa haben für ihre zwei Enkelkinder Pauline und Otto gespart und alles zusammen in einen verschlossenen Briefumschlag gelegt.

Ihren Enkeln sagen sie: „Wir haben für Euch beide zusammen 1000 € gespart und in diesen Briefumschlag gelegt. Es sind fünf Geldscheine.“

- a) Gleiche Scheine können mehrmals vorkommen.
Welche Scheine könnten es sein? Gib alle Möglichkeiten an. 3P

(1) 500-200-200-50-50
(2) 500-200-100-100-100
(3) 200-200-200-200-200

- b) Bei welchen Möglichkeiten könnten die Scheine aus dem Umschlag sofort zu gleichen Teilen an die zwei Enkelkinder verteilt werden?
Schreibe diese Möglichkeiten auf. 2P

(1) 500-200-200-50-50
(2) 500-200-100-100-100

- c) Pauline erzählt ihrer Freundin Alice vom Besuch bei Oma und Opa und sagt, dass sie in den Umschlag 1000 € gelegt hätten. Es waren genau drei Geldscheine.

Nach einer kurzen Überlegung sagt Alice: „Pauline, Du hast Dich bestimmt versprochen. Es können nicht genau drei Geldscheine gewesen sein.“

Schreibe auf, was Alice überlegt haben kann, um Paulines Versprecher zu bemerken.

Es gibt nur 500 €, 200 € und 100 € - Scheine. Daraus kann man keine 1000 € legen. Nimmt man nur 500 €, braucht man 2 Scheine, nimmt man 500 € und 200 €, dann fehlen 300€.

Plausible Begründung 2P

Aufgabe 3: Bausteine

(8P)

In einer Kiste liegen mehrere gleich große Bausteine. Wenn man diese in Gruppen zu je zwei Bausteinen ordnet, so bleibt ein Baustein übrig.

Auch beim Ordnen in Gruppen zu je drei bleibt ein Baustein übrig, und sogar beim Bilden von Vierergruppen bleibt ein Rest von einem Baustein.

- a) Gib eine mögliche Anzahl an Bausteinen an.
Zeige durch Rechnung, dass diese Anzahl stimmt. 2P

Anzahl der Bausteine: $1 + 12 \cdot n$ (Schüler können eine mögliche Zahl angeben)

z.B.: **13, denn $13:2=5 \text{ R}1$, $13:3=4 \text{ R}1$, $13:4=3 \text{ R}1$**

- b) Gib zwei weitere Möglichkeiten an, wie viele Bausteine in der Kiste sein könnten.
Zeige durch Rechnung, dass diese stimmen. 4P

Anzahl der Bausteine: andere Zahlen mit $1 + 12 \cdot n$, z.B.: 25, 37 jeweils mit Rechnung

- c) Wie viele Bausteine könnten in der Kiste sein, wenn beim Bilden von Vierergruppen und auch beim Bilden von Dreiergruppen immer ein Rest von zwei Bausteinen bleibt? Gib mindestens zwei Lösungen an. 2P

Anzahl der Bausteine: $2 + 12 \cdot n$ (Schüler können eine mögliche Zahl angeben)
z.B.: **26, 38**

Aufgabe 4: Ein neues Würfelspiel

(7P)

Um das Multiplizieren zu üben, würfeln Janne und Luca. Janne würfelt zuerst und bestimmt den ersten Faktor. Lucas Augenzahl ergibt den zweiten Faktor.

- a) Schreibe alle Multiplikationsaufgaben auf, bei denen in dieser Übung das Produkt 4 entsteht.
1·4; 2·2; 4·1 3P
- b) Schreibe alle Multiplikationsaufgaben auf, bei denen in dieser Übung das Produkt 12 entsteht.
2·6; 3·4; 4·3; 6·2; (1 P. Abzug für 12·1; 1·12) 2P

Da beiden nach kurzer Zeit langweilig wird, machen sie ein Spiel daraus, wobei

- Janne gewinnt, wenn das Produkt eine 12 ist und
- Luca gewinnt, wenn das Produkt eine 4 ist.

Ergibt sich weder eine 4 noch eine 12, wird weiter gewürfelt.

- c) Begründe, warum das Spiel nicht gerecht ist.

Mehr Möglichkeiten für 12 als für 4

1P

- d) Janne behält die 12. Welches Produkt sollte Luca wählen, damit das Spiel gerecht wird? Begründe.

Die 6 (auch 4 Möglichkeiten)

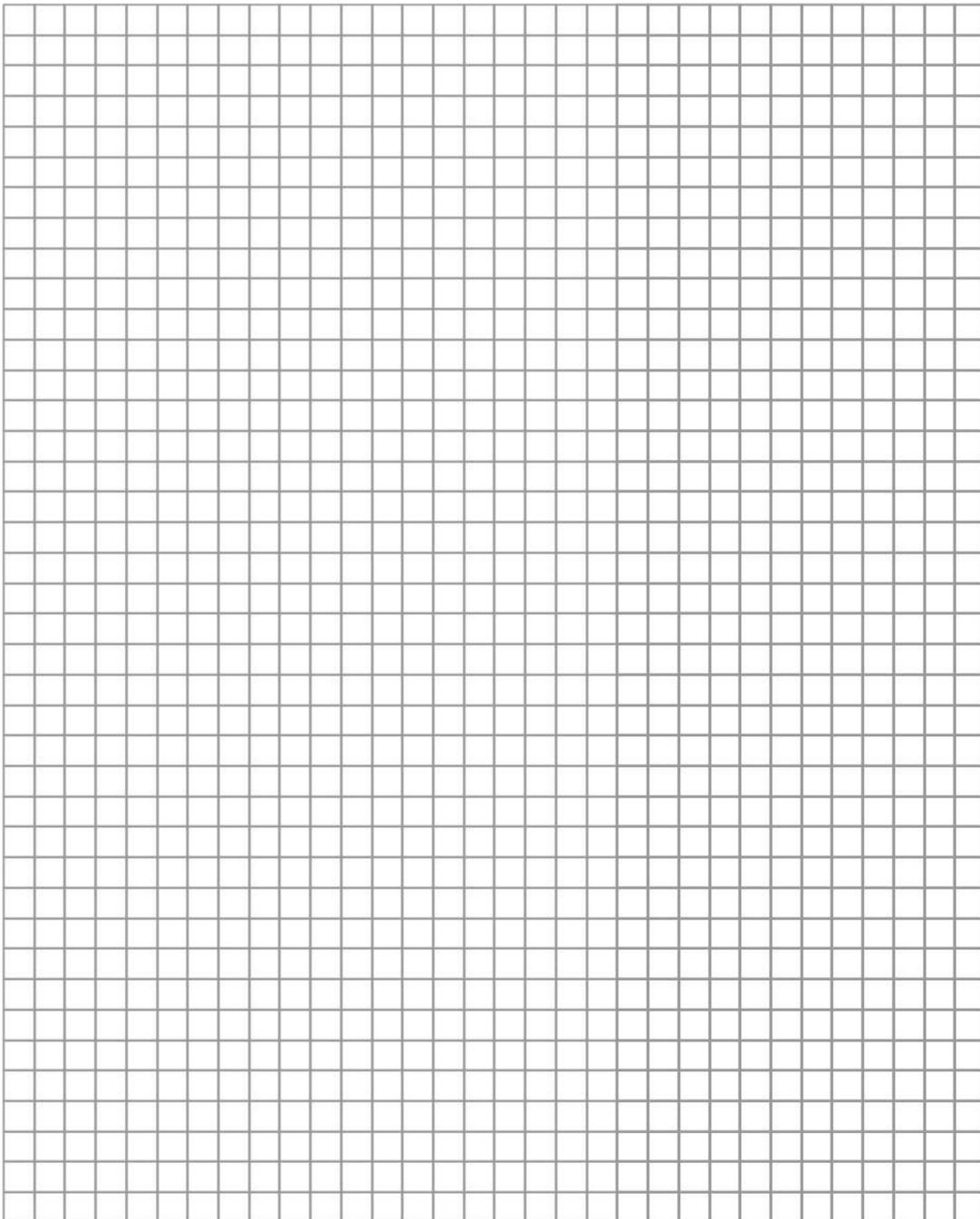
1P

Aufgabe 1: Vogelmarkt (Fortsetzung)

- c) Der Diener des Königs hatte die Aufgabe, für insgesamt 100 Münzen insgesamt 100 Vögel beider Sorten zu kaufen. Wie viele Vögel jeder Sorte kaufte er?

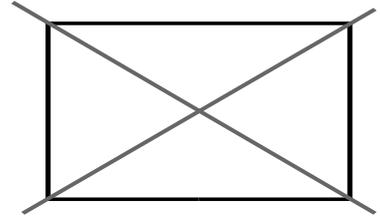
Der Diener kaufte _____ Tauben und _____ Spatzen.

Hier hast du Platz zum Rechnen:



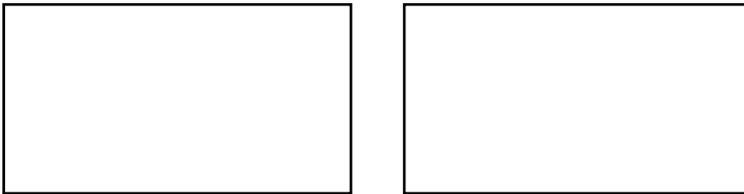
Aufgabe 2: Rechteck und Geraden

In der Abbildung ist ein Rechteck durch 2 Geraden in 4 Dreiecke zerlegt worden.



- a) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 3 Rechtecke.

Zum Probieren

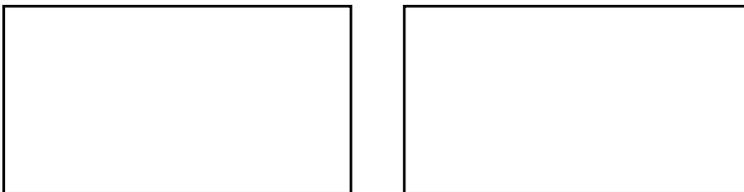


Lösung



- b) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 3 Vierecke, die keine Rechtecke sind.

Zum Probieren

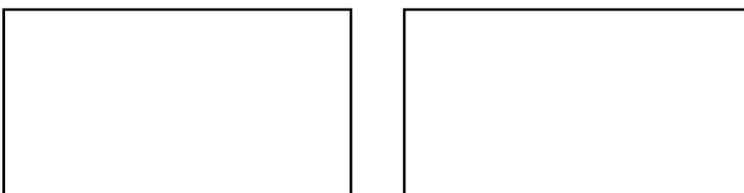


Lösung

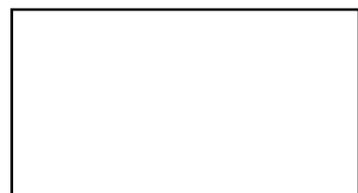


- c) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 3 Dreiecke und ein Viereck.

Zum Probieren



Lösung



Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 2: Rechteck und Geraden (Fortsetzung)

- d) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 2 Dreiecke und ein Viereck.

Zum Probieren		Lösung
		

- e) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 2 Dreiecke und 2 Vierecke.

Zum Probieren		Lösung
		

- f) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 2 Dreiecke und ein Sechseck.

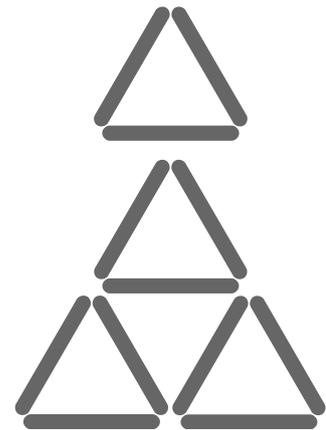
Zum Probieren		Lösung
		

Aufgabe 3: Streichholzdreiecke

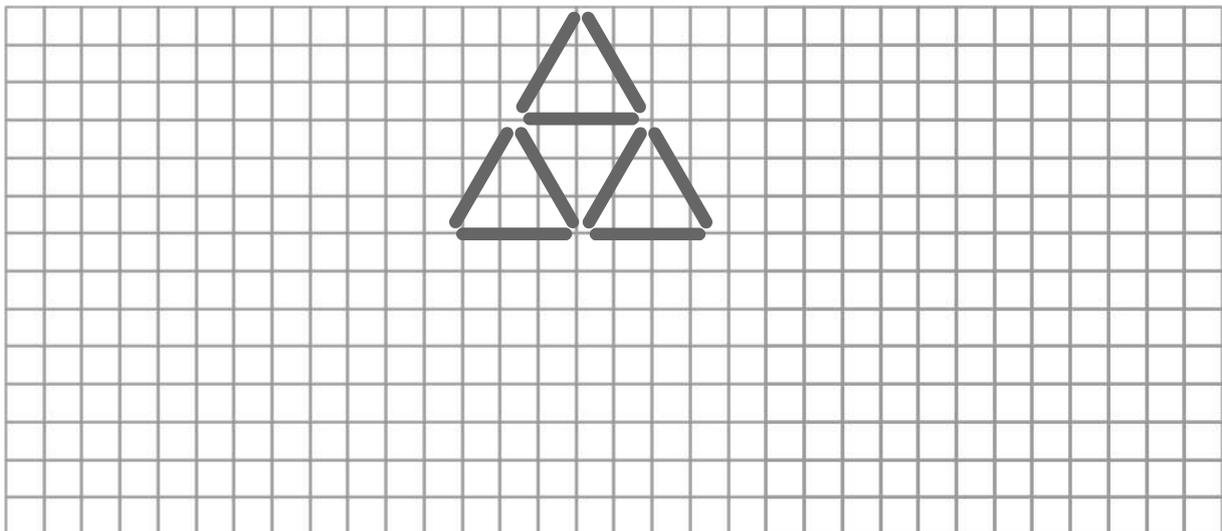
Lara legt in die erste Reihe aus 3 Streichhölzern ein auf einer Seite liegendes Dreieck.

Nun legt sie in die 2. Reihe weitere 6 Hölzer, so dass nebenstehende Figur entsteht.

Die entstandene Figur besteht nun aus 3 kleinen liegenden Dreiecken und einem kleinen Dreieck, das auf der Spitze steht.



a) Bilde nach Laras Prinzip die 3. Reihe (mit 9 Hölzchen) und die 4. Reihe.



b) Vervollständige die Tabelle.

Reihe	Anzahl der kleinen liegenden Dreiecke in der Figur	Anzahl der kleinen Dreiecke auf der Spitze in der Figur	Summe aller kleinen Dreiecke in der Figur
1	1	0	1
2	3	1	4
3			
4			

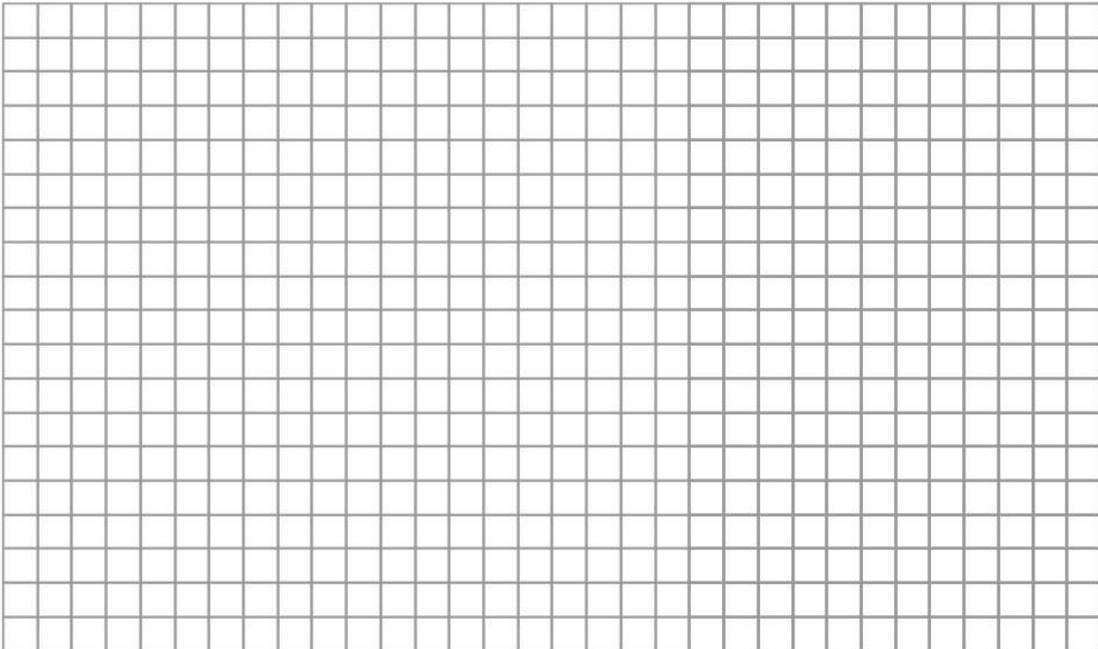
Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 3: Streichholzdreiecke (Fortsetzung)

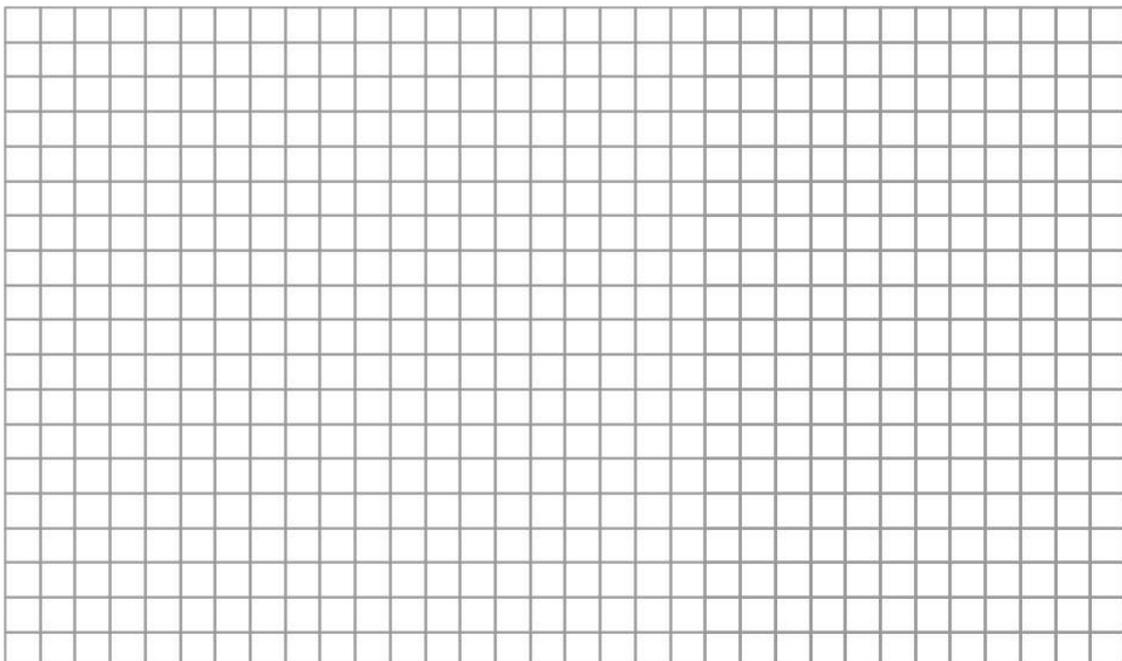
c) Weiter möchte Lara nicht zeichnen.

Betrachte die Zahlen in der Tabelle genau und beantworte durch Rechnungen folgende Fragen:

Wie viele kleine Dreiecke enthält die Figur mit 12 Reihen?



Wie groß ist der Unterschied zwischen der Anzahl der liegenden und der Anzahl auf der Spitze stehenden Dreiecke in der Figur mit 12 Reihen?



2017 – Lösungen

Aufgabe 1: Vogelmarkt

(5P)

Vor langer Zeit bezahlte man auf einem Markt für eine Taube zwei Münzen und für drei Spatzen eine Münze.

- a) Der Herzog sandte seinen Diener aus, er solle ihm 18 Tauben und 18 Spatzen kaufen. Wie viele Münzen musste er ihm mitgeben?

$$18 \cdot 2 \text{ Münzen} + 18 : 3 \cdot 1 \text{ Münze} = 42 \text{ Münzen}$$

1P

- b) Die Gräfin befahl ihrem Diener, ihre Vögel beider Arten für insgesamt 15 Münzen zu kaufen. Der Diener merkte, dass er verschiedene Möglichkeiten hatte, Vögel für 15 Münzen zusammenzustellen. Gib alle Möglichkeiten an.

Tauben		Spatzen		Gesamtzahl der Münzen
Zahl der Vögel	Zahl der Münzen	Zahl der Vögel	Zahl der Münzen	
1	2	39	13	15
2	4	33	11	15
3	6	27	9	15
4	8	21	7	15
5	10	15	5	15
6	12	9	4	15
7	14	3	1	15

3P

Abzug bei 0 Tauben ½ P, bei unvollständigen Möglichkeiten 1P

- c) Der Diener des Königs hatte die Aufgabe, für insgesamt 100 Münzen insgesamt 100 Vögel beider Sorten zu kaufen. Wie viele Vögel jeder Sorte kaufte er?

Systematisch probieren.

40 Tauben und 60 Spatzen

1P

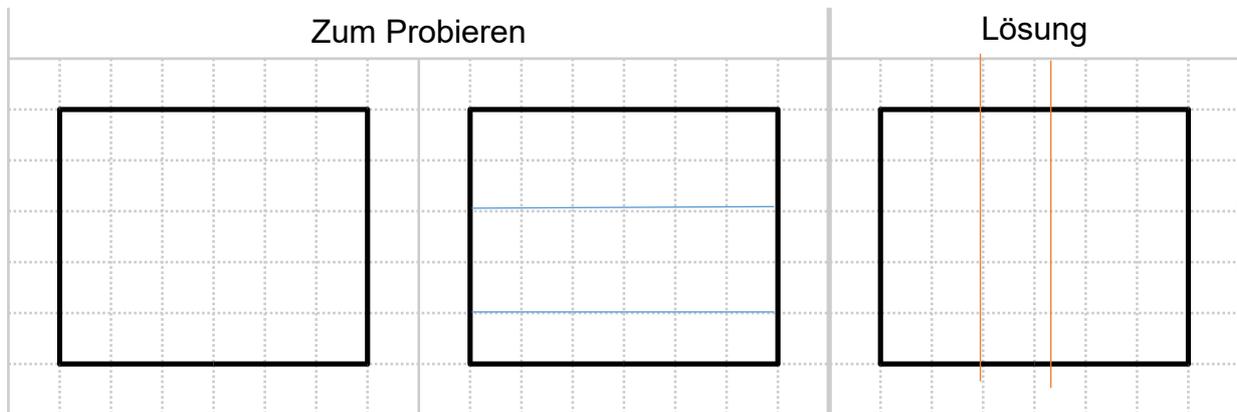
Aufgabe 2: Rechteck und Geraden

(6P)

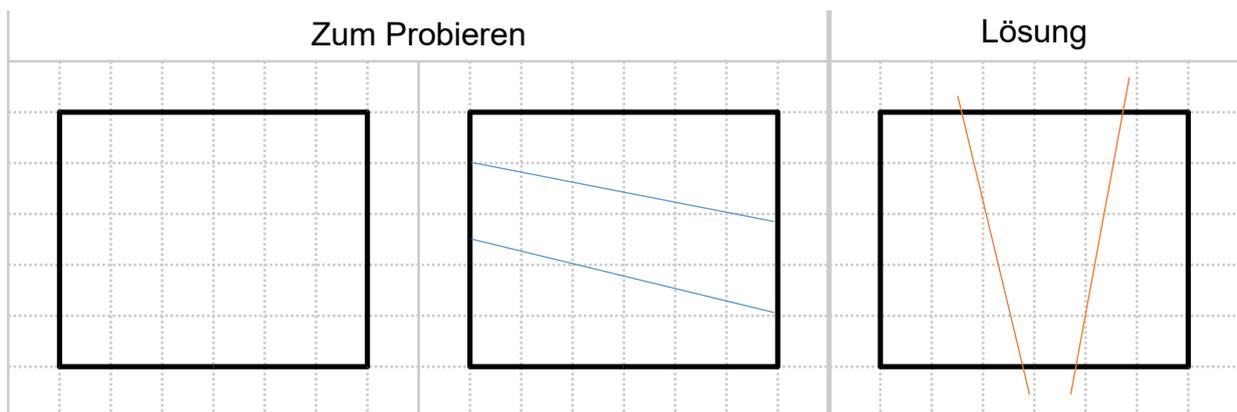
In der Abbildung ist ein Rechteck durch 2 Geraden in 4 Dreiecke zerlegt worden.

a) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 3 Rechtecke.

1P

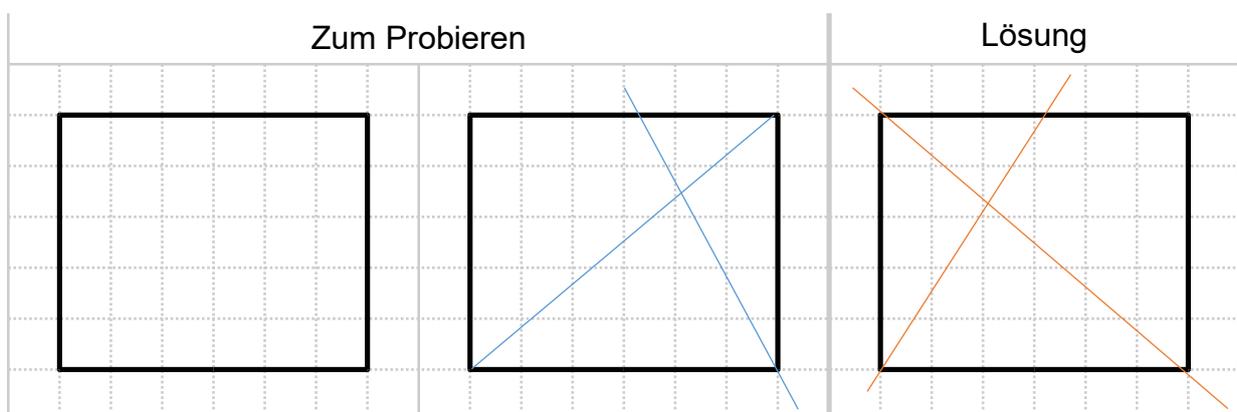


b) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 3 Vierecke, die keine Rechtecke sind. 1P



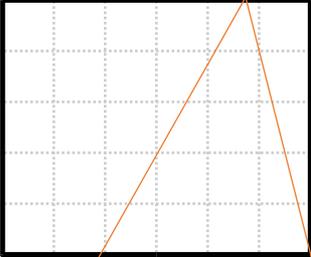
c) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 3 Dreiecke und ein Viereck.

1P

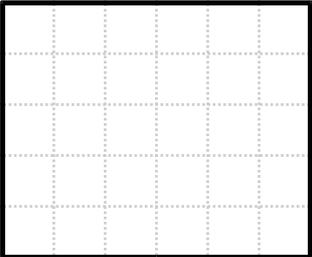
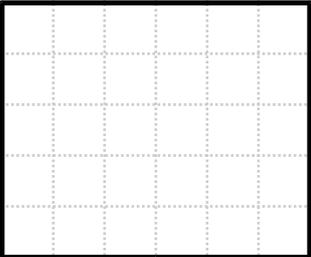
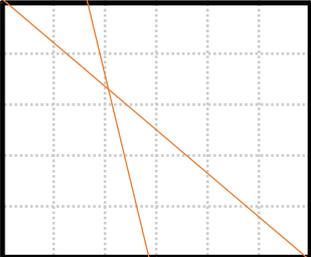


Aufgabe 2: Rechteck und Geraden (Fortsetzung)

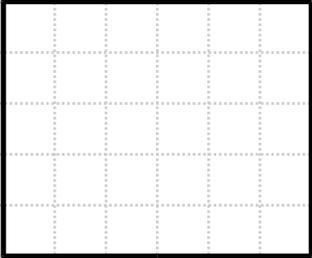
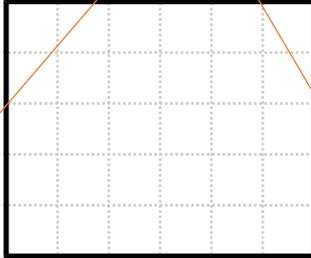
- d) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 2 Dreiecke und ein Viereck. 1P

Zum Probieren		Lösung
		

- e) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 2 Dreiecke und 2 Vierecke. 1P

Zum Probieren		Lösung
		

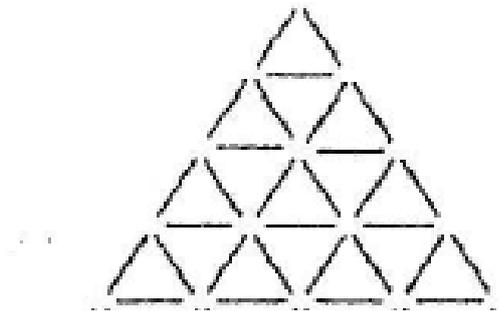
- f) Zerlege das Rechteck durch 2 Geraden in 2 Dreiecke und ein Sechseck. 1P

Zum Probieren		Lösung
		

Aufgabe 3: Streichholzdreiecke

(6P)

Bilde nach Laras Prinzip die 3. Reihe (mit 9 Hölzchen) und die 4. Reihe.



2P

Vervollständige die Tabelle

Reihe	Anzahl der kleinen liegenden Dreiecke in der Figur	Anzahl der kleinen Dreiecke auf der Spitze in der Figur	Summe aller kleinen Dreiecke in der Figur
1	1	0	1
2	3	1	4
3	6	3	9
4	10	6	16

pro Zeile 1P

Weiter möchte Lara nicht zeichnen. Sie erkennt jedoch viele Muster in den Zahlen. Finde die Muster und berechne daraus

1. Wie viele kleine Dreiecke enthält die Figur mit 12 Reihen? **144** 1P
2. Wie groß ist der Unterschied zwischen der Anzahl der liegenden und der Anzahl auf der Spitze stehenden Dreiecke in der Figur mit 12 Reihen? **12** 1P

Aufgabe 4: Von 2 bis 2017**(4P)**

Frieda hat sich Rechenaufgaben ausgedacht, bei denen die Lösungen 2, 20, 201 und 2017 herauskommen. Ihr Bruder hat sich einen Scherz erlaubt und in jeder Aufgabe ein Rechenzeichen verändert.

Korrigiere die Aufgaben, indem du bei jeder Aufgabe genau ein Rechenzeichen durch ein anderes der Rechenzeichen +, – oder · ersetzt.

a) $2 = 17 + 7 + 2 \cdot 10 - 2$

1P

$$2 = 17 + 7 - 2 \cdot 10 - 2$$

b) $20 = 17 \cdot 2 + 201 - 71 - 12 + 12$

1P

$$20 = 17 \cdot 2 + 201 - 71 - 12 \cdot 12$$

c) $201 = 2017 - 2 \cdot 2 - 710 - 10 \cdot 120 + 2 \cdot 7 \cdot 7 - 1$

1P

$$201 = 2017 - 2 \cdot 2 - 710 - 10 \cdot 120 - 2 \cdot 7 \cdot 7$$

d) $2017 = 7 \cdot 201 + 702 + 1 - 2 + 71 + 7 \cdot 7$

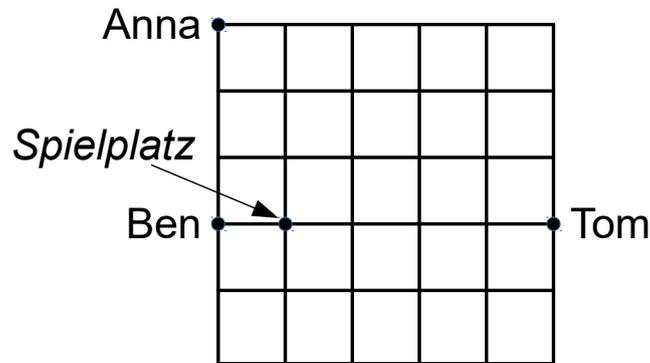
1P

$$2017 = 7 \cdot 201 + 702 + 1 - 2 \cdot 71 + 7 \cdot 7$$

2018 – Aufgaben

Aufgabe 1: Freunde treffen

Drei Freunde Anna, Ben und Tom wohnen alle in demselben Stadtviertel (siehe Abbildung des Straßennetzes). Die Straßen in diesem Viertel verlaufen wie in der Abbildung alle im gleichen



Abstand.

Ben und Tom wohnen in der gleichen Straße. Auf dem 2 km langen Weg zwischen ihren Häusern liegen ein Park und ein Spielplatz. Wenn sie sich beim Spielplatz treffen, läuft Ben von seinem Haus 400 m. Wenn sie sich am Park treffen, läuft Tom 800 m.

- Zeichne den Park mit einem Punkt an die richtige Stelle in das Straßennetz.
- Gib die Entfernung zwischen dem Park und dem Spielplatz an.

Entfernung zwischen Park und Spielplatz: _____

- Tom und Ben wollen sich im Park oder auf dem Spielplatz treffen. Wo ist es für beide gerechter, weil der Unterschied zwischen ihren Weglängen nicht so groß ist? Begründe durch Rechnungen.

Rechnung



- Der gerechtere Treffpunkt ist
- | | |
|-----------------|--------------------------|
| der Park. | <input type="checkbox"/> |
| der Spielplatz. | <input type="checkbox"/> |
- (Kreuze die richtige Lösung an.)

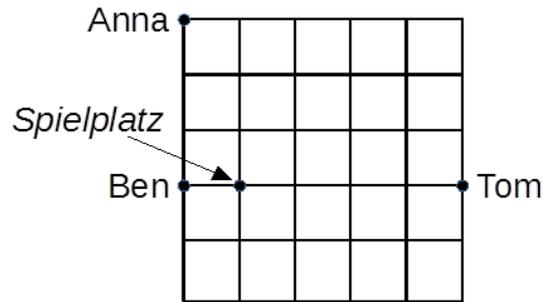
Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 1 (Fortsetzung)

- d) Anna wohnt 1200 m von Ben entfernt.
(siehe Stadtplan)

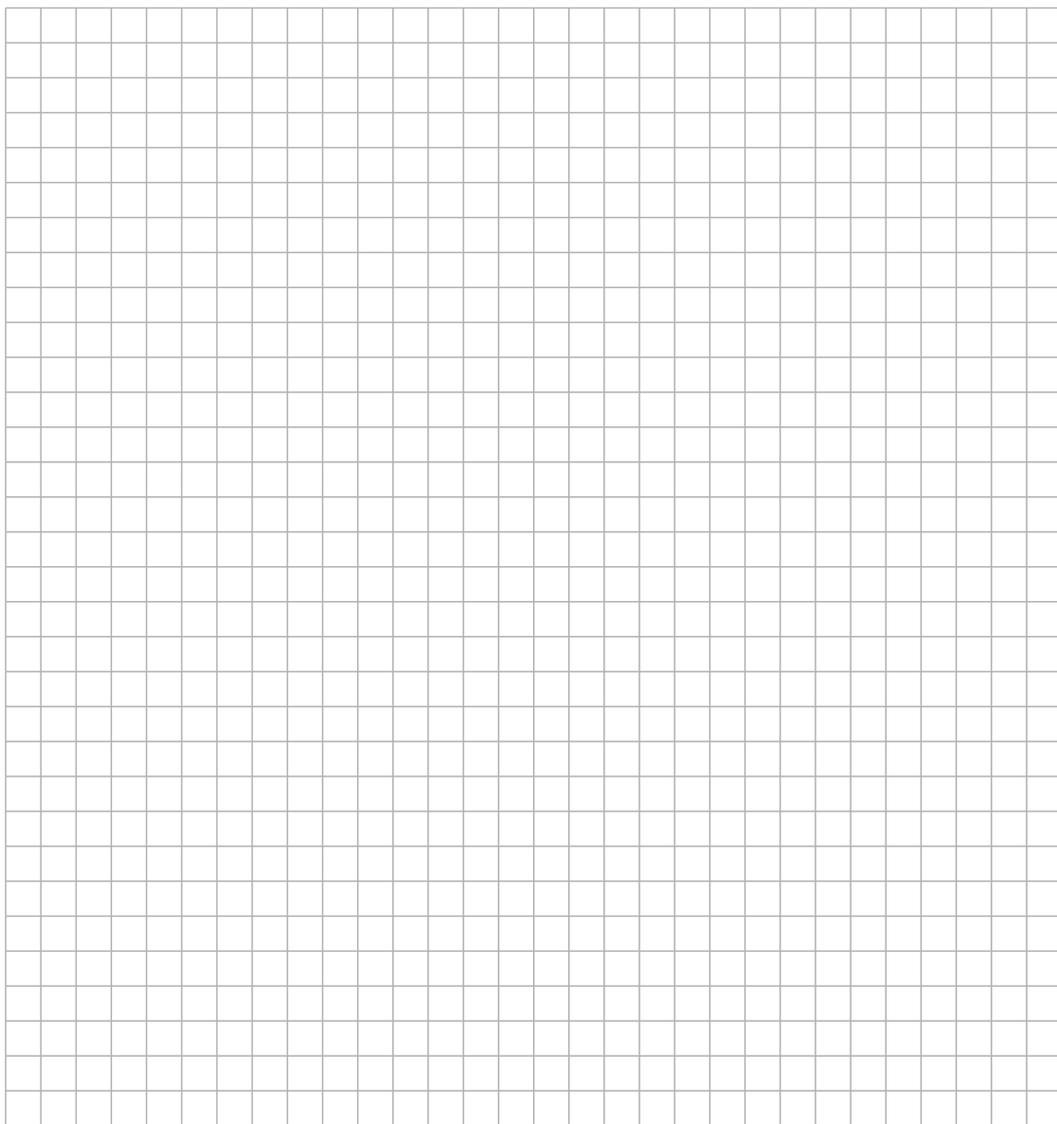
Die drei Freunde beschließen, sich am Spielplatz zu treffen. Anna hat mehrere Möglichkeiten, auf kürzestem Wege entlang der Straßen zum Spielplatz zu gehen.

Gib die Anzahl der Möglichkeiten für Anna an.



Anna hat _____ verschiedene Möglichkeiten, den kürzesten Weg zu gehen.

- e) Begründe anhand von Rechnungen, dass für die 3 Freunde der Spielplatz als Treffpunkt gerechter als der Park ist. Jeder möchte möglichst einen kurzen Weg haben und Anna darf nur entlang der Straßen gehen.



Aufgabe 2: Rechtecke zerlegen

Rechts siehst du ein Beispiel-Rechteck, das 9 Kästchen lang und 6 Kästchen breit ist.

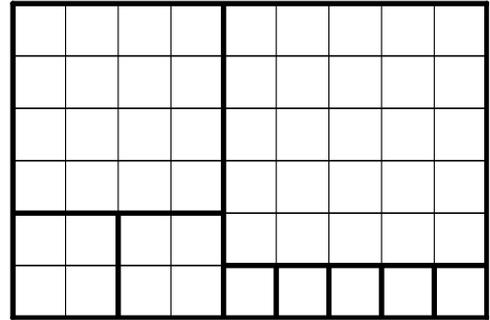
Dieses Rechteck kann man z. B. in neun Quadrate wie folgt zerlegen:

ein 5×5 -Quadrat,

ein 4×4 -Quadrat,

zwei 2×2 -Quadrate und

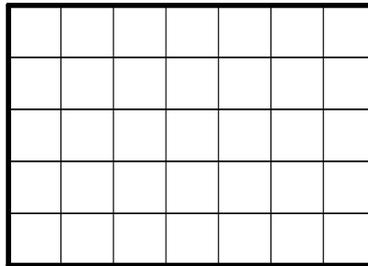
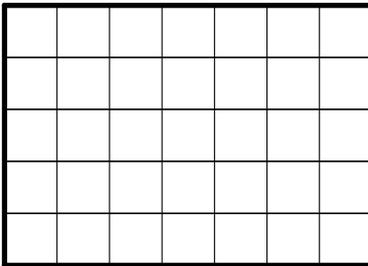
fünf 1×1 -Quadrate.



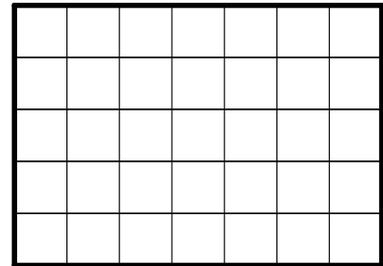
Wir betrachten jetzt ein anderes Rechteck, das 7 Kästchen lang und 5 Kästchen breit ist und ebenfalls in Quadrate zerlegt werden soll.

- a) Zerlege dieses Rechteck in zehn Quadrate.

Zum Probieren

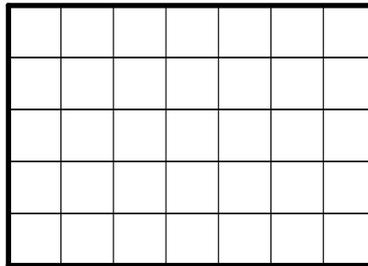
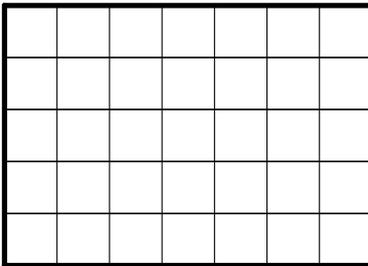


Deine Lösung

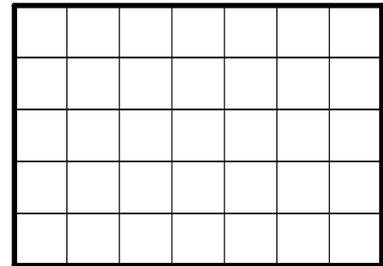


- b) Zerlege dieses Rechteck in neun Quadrate.

Zum Probieren

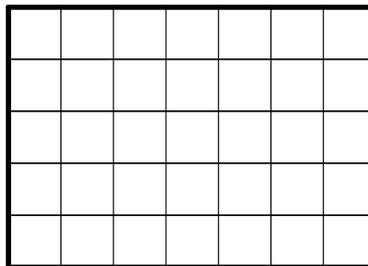
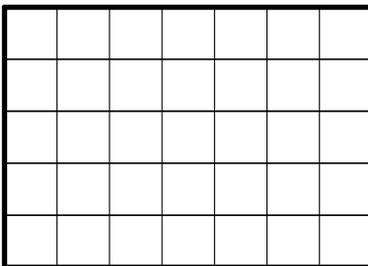


Deine Lösung

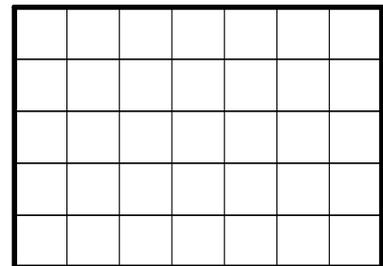


- c) Zerlege dieses Rechteck in sieben Quadrate.

Zum Probieren



Deine Lösung

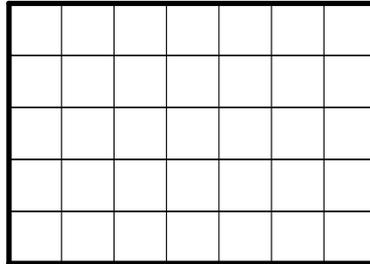
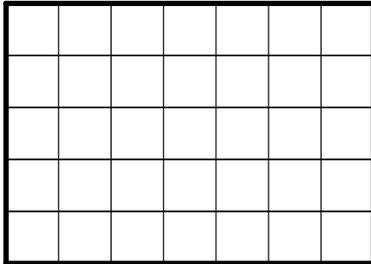


Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

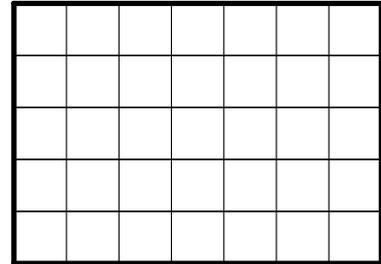
Aufgabe 2 (Fortsetzung)

- d) Zerlege das Rechteck in die kleinstmögliche Anzahl von Quadraten und begründe, warum es keine kleinere Anzahl geben kann.

Zum Probieren

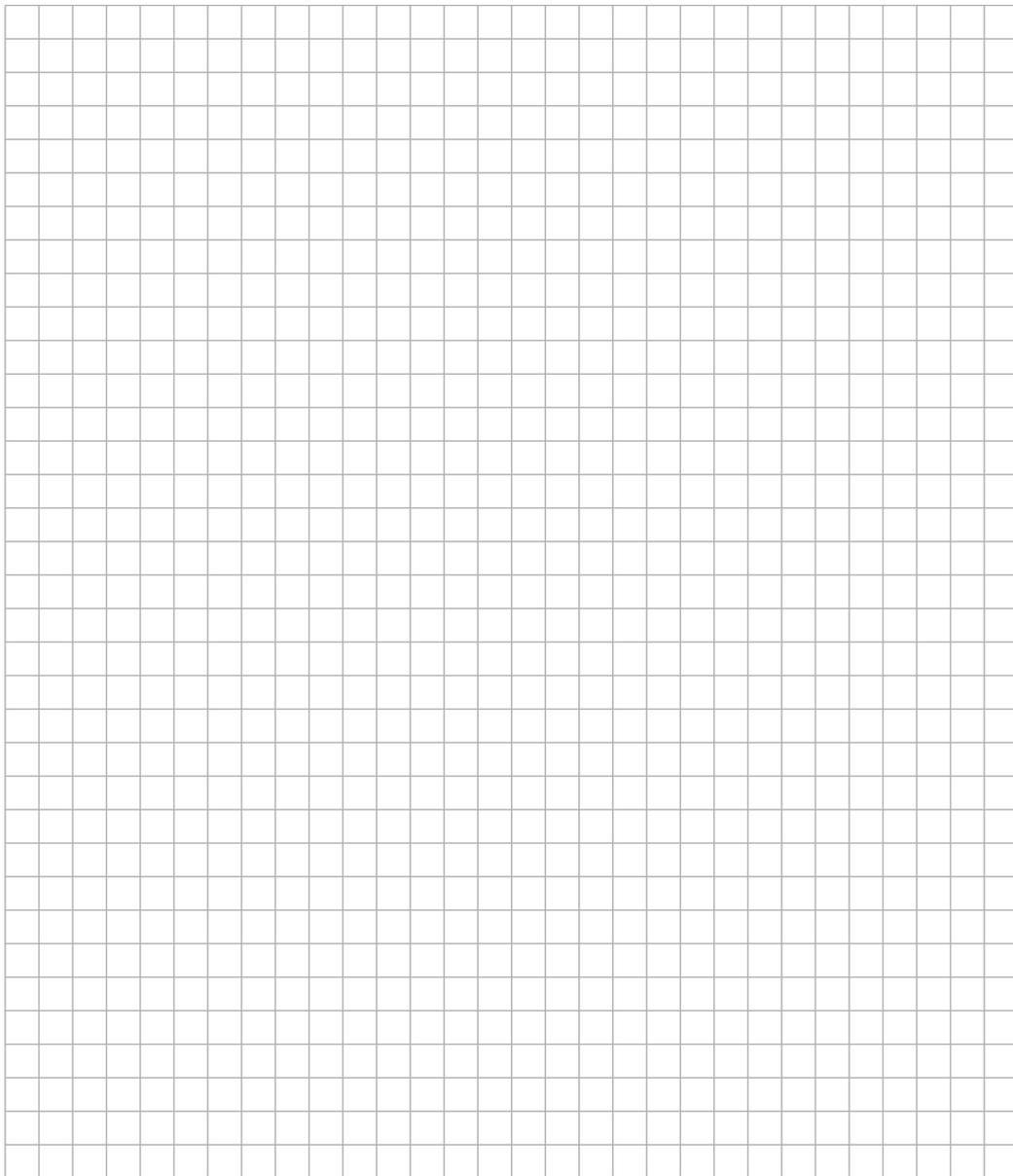


Deine Lösung



Anzahl der Quadrate _____

Begründung



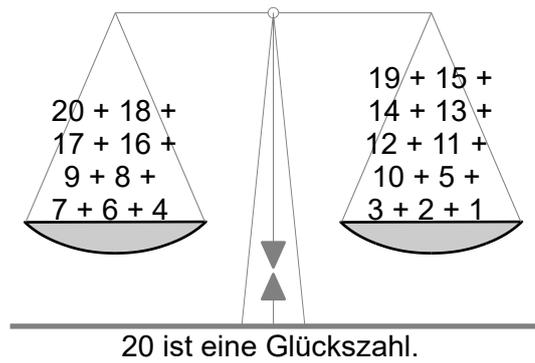
Aufgabe 3: Glückszahlen suchen

Lena sucht Glückszahlen. Sie hat eine Glückszahl gefunden, wenn sie alle Zahlen von 1 bis zu dieser Zahl auf zwei gleich große Summen verteilen kann.

Für die ersten drei natürlichen Zahlen findet Lena $1 + 2 = 3$.

Die Zahlen von 1 bis 4 lassen sich so aufteilen:
 $1 + 4 = 2 + 3$.

Lena merkt aber, dass sie die ersten fünf Zahlen nicht auf zwei gleich große Summen verteilen kann. Damit ist 5 keine Glückszahl.



Auch für die Zahlen von 1 bis 20 hat Lena lange geknobelt und sogar eine Lösung gefunden.

$$20 + 18 + 17 + 16 + 9 + 8 + 7 + 6 + 4 = 19 + 15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 5 + 3 + 2 + 1$$

- a) Untersuche für die Zahlen 6 bis 16, ob sie Glückszahlen sind.
Probiere auf einem Schmierblatt und trage die Lösung in die folgende Tabelle ein.

Zahl	Ein Beispiel für eine Aufteilung	Glückszahl?
3	$1 + 2 = 3$	ja
4	$1 + 4 = 2 + 3$	ja
5	—	nein
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

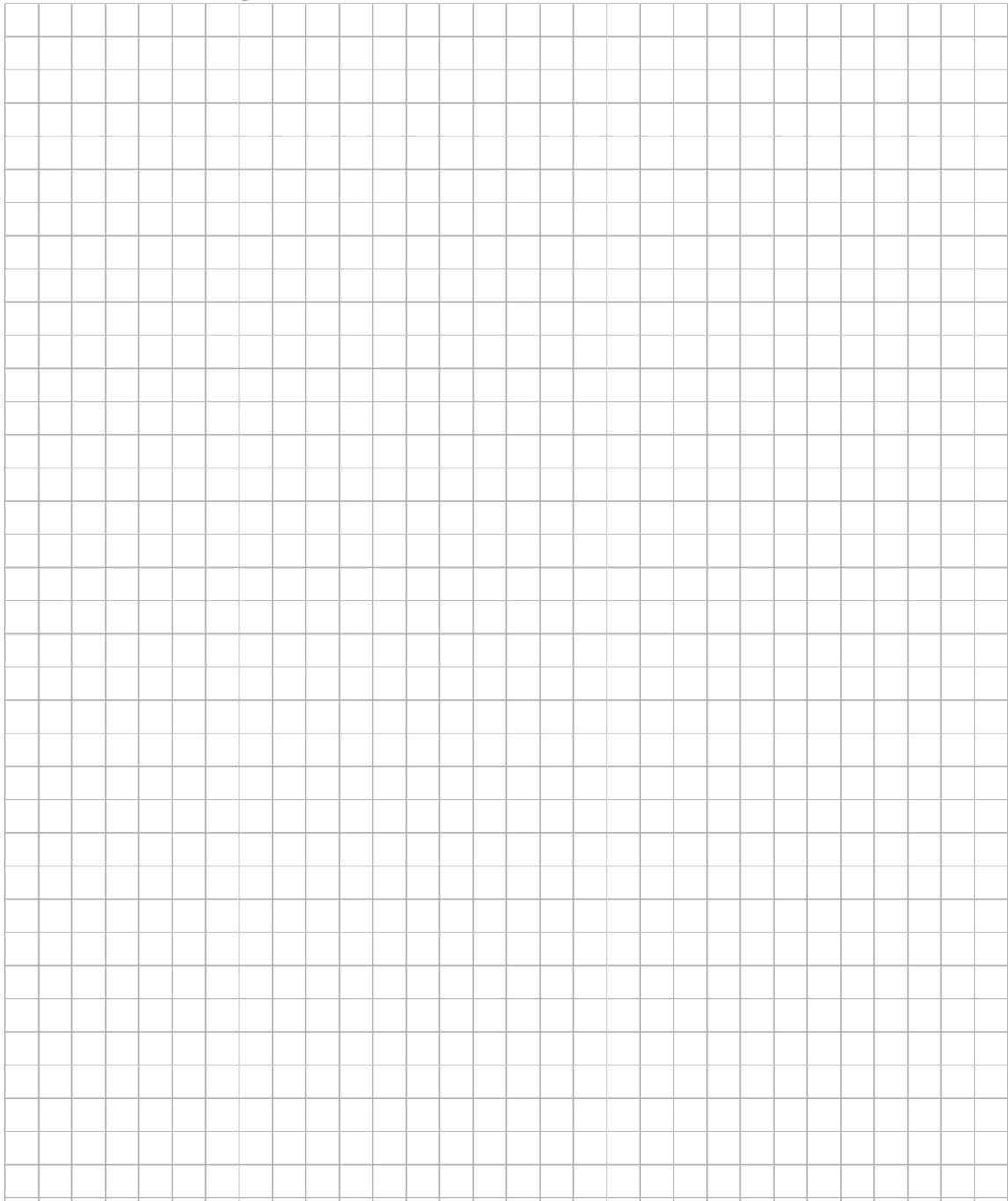
Aufgabe 3 (Fortsetzung)

b) Gib eine Glückszahl zwischen 30 und 35 an und beschreibe, wie Du sie gefunden hast.

Tipp: Probiere keine Aufteilung aus, sondern suche bei den bisher gefundenen Glückszahlen bis 16 nach einer Regel.

Die Zahl _____ ist eine Glückszahl.

So habe ich die Zahl gefunden:

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their solution to the problem.

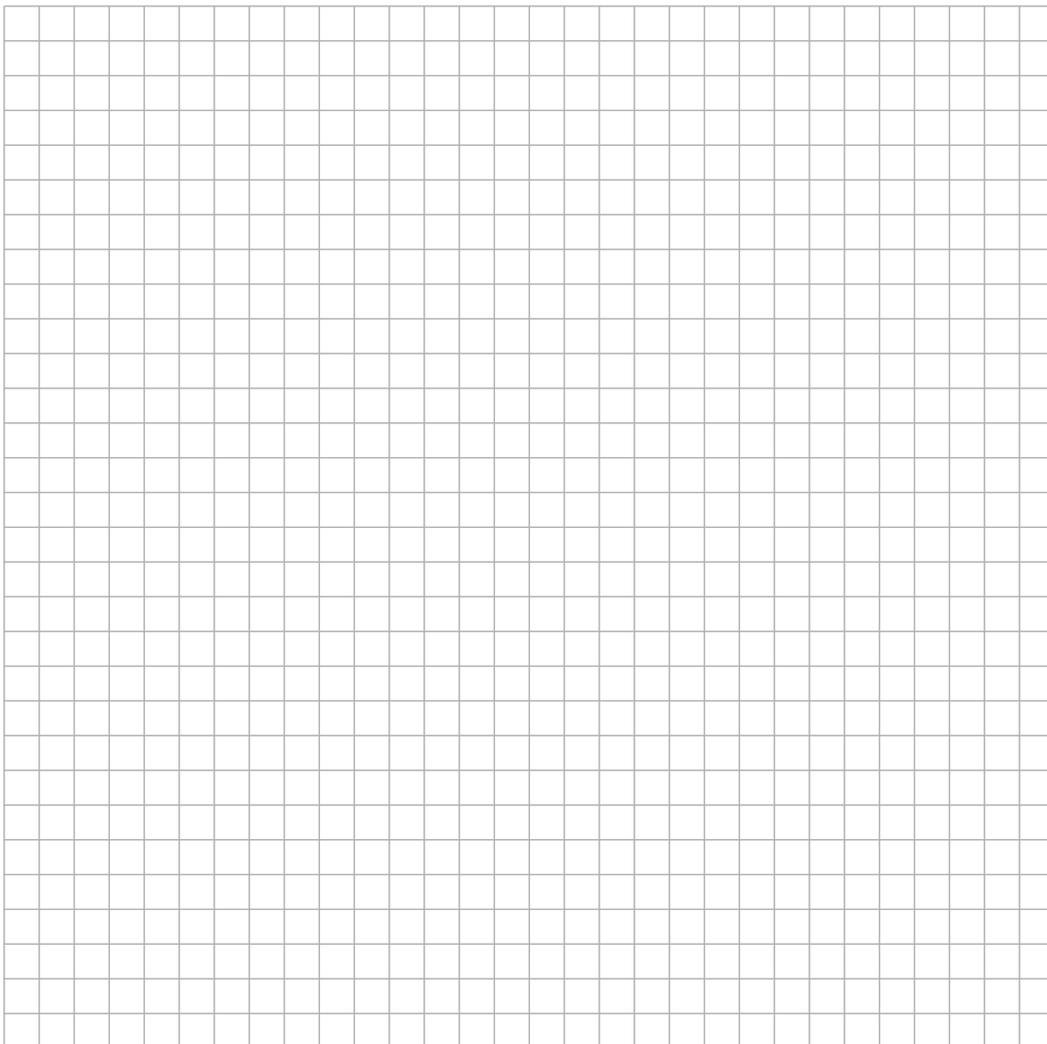
Aufgabe 4 (Fortsetzung)

- c) Leo und Max trainieren für einen Langstreckenlauf und wollen einen Trainingswettkampf über die gleiche Streckenlänge gegeneinander austragen. Jeder läuft auf seiner Bahn – Leo innen auf der kürzeren Runde und Max außen auf der längeren Runde.

Beide laufen volle Runden, das heißt, Start und Ziel sind jeweils an derselben Stelle.

Ermittle eine gemeinsame Streckenlänge, die beide mit vollen Runden laufen können und gib an, wie viele Runden jeder laufen muss.

zum Rechnen



Deine Antworten

Länge der Wegstrecke _____

Anzahl der Runden für Leo _____

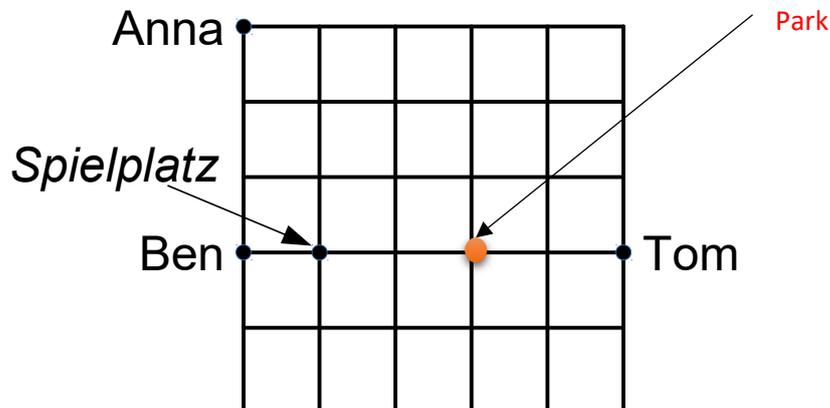
Anzahl der Runden für Max _____

2018 – Lösungen

Aufgabe 1: Freunde treffen

(6P)

Drei Freunde Anna, Ben und Tom wohnen in einem gemeinsamen Stadtviertel (Siehe Abbildung des Straßennetzes). Die Straßen in diesem Viertel sind wie in der Abbildung alle im gleichen Abstand.



Ben und Tom wohnen in der gleichen Straße. Auf dem 2 km langen Weg zwischen ihren Häusern liegen ein Park und ein Spielplatz. Wenn sie sich beim Spielplatz treffen, läuft Ben von seinem Haus 400 m. Wenn sie sich am Park treffen, läuft Tom 800 m

- a) Zeichne den Park mit einem Punkt an die richtige Stelle in das Straßennetz.
 b) Gib die Entfernung zwischen dem Park und dem Spielplatz an. **insges. a) und b) 1P**

Entfernung zwischen Park und Spielplatz: **800 m**

- c) Tom und Ben wollen sich im Park oder auf dem Spielplatz treffen.
 Wo ist es für beide gerechter, weil der Unterschied zwischen ihren Weglängen nicht so groß ist?
 Begründe durch Rechnungen. **2P**

Treff Spielplatz: Tom 1600 m Ben 400 m Wegunterschied **1200 m**

Treff Park: Tom 800 m Ben 1200 m Wegunterschied **400 m Kreuz**

- d) Anna wohnt 1200 m von Ben entfernt. (siehe Stadtplan)

Die drei Freunde beschließen, sich am Spielplatz zu treffen. Anna hat mehrere Möglichkeiten, auf kürzestem Wege entlang der Straßen zum Spielplatz zu gehen.

Gib die Anzahl der Möglichkeiten für Anna an. **4 Möglichkeiten 1P**

- e) Begründe anhand von Rechnungen, dass für die 3 Freunde der Spielplatz als Treffpunkt gerechter als der Park ist. Jeder möchte möglichst einen kurzen Weg haben und Anna darf nur entlang der Straßen gehen. **2P**

Park	Spielplatz
Anna: $6 \cdot 400 \text{ m} = 2400 \text{ m}$	$4 \cdot 400 \text{ m} = 1600 \text{ m}$
Ben: $3 \cdot 400 \text{ m} = 1200 \text{ m}$	$1 \cdot 400 \text{ m} = 400 \text{ m}$
Tom: $2 \cdot 400 \text{ m} = 800 \text{ m}$	$4 \cdot 400 \text{ m} = 1600 \text{ m}$
Summe: 4400 m	3600 m
Differenzen zwischen den Freunden: $1200 \text{ m} + 1600 \text{ m} + 400 \text{ m} = 3200 \text{ m}$	$1200 \text{ m} + 1200 \text{ m} = 2400 \text{ m}$

Aufgabe 2: Rechtecke zerlegen

(5P)

Wir betrachten jetzt ein anderes Rechteck, das 7 Kästchen lang und 5 Kästchen breit ist und ebenfalls in Quadrate zerlegt werden soll.

- a) Zerlege dieses Rechteck in zehn Quadrate. 1P
2 Quadrate 3 x 3, 3 Quadrate 2 x 2 und 5 Quadrate 1 x 1
- b) Zerlege dieses Rechteck in neun Quadrate. 1P
1 Quadrat 3 x 3, 6 Quadrate 2 x 2 und 2 Quadrate 1 x 1
- c) Zerlege dieses Rechteck in sieben Quadrate. 1P
2 Quadrate 3 x 3, 4 Quadrate 2 x 2 und 1 Quadrat 1 x 1
- d) Zerlege das Rechteck in die kleinstmögliche Anzahl von Quadraten und begründe, warum es keine kleinere Anzahl geben kann.
1 Quadrat 5 x 5, 2 Quadrate 2 x 2 und 2 Quadrate 1 x 1

Anzahl der Quadrate: 5 1P (Zeichnung und Anzahl)

Begründung: Um weniger Quadrate zu bekommen, muss man größere Quadrate einzeichnen. Das größte kann 5x5 haben. Dann bleibt eine Reihe mit 2 Kästchen Breite übrig, aus der man 2 Quadrate 2x2 machen kann und dann bleiben 2 1x1- Quadrate übrig. 1P

Aufgabe 3: Glückszahlen suchen

(5P)

Lena sucht Glückszahlen. Sie hat eine Glückszahl gefunden, wenn sie alle Zahlen von 1 bis zu dieser Zahl auf zwei gleich große Summen verteilen kann.

- a) Untersuche für die Zahlen 6 bis 16, ob sie Glückszahlen sind.
Probiere auf einem Schmierblatt und trage die Lösung in die folgende Tabelle ein. 3P

Die Aufteilungen sind unterschiedlich möglich, daher individuell prüfen

Zahl	Ein Beispiel für eine Aufteilung	Glückszahl?
3	$1 + 2 = 3$	ja
4	$1 + 4 = 2 + 3$	ja
5	—	nein
6	—	nein
7		ja
8		ja
9	-	nein
10		nein
11		ja
12		ja
13		nein
14		nein
15		ja
16		ja

- b) Gib eine Glückszahl zwischen 30 und 35 an und beschreibe, wie Du sie gefunden hast.
Tipp: Probiere keine Aufteilung aus, sondern suche bei den bisher gefundenen Glückszahlen bis 16 nach einer Regel.

Man kann sehen, dass immer abwechselnd 2 Zahlen Glückszahlen sind, dann wieder 2 Zahlen nicht. Wenn man diese Reihe weiterführt, sind 31 und 32 die ersten möglichen Zahlen, dann wieder 35. 1P

Andere Begründung: Die Summe der Zahlen kann man mit der Formel von Gauß ausrechnen, sie muss gerade sein. Das ist bei 31,32 und 35 der Fall.

Die Zahlen 31,32 und 35 (je nachdem, ob man sie als Grenze zulässt) sind Glückszahlen.
Eine der Zahlen reicht 1P

Aufgabe 4: Lauftraining

(5P)

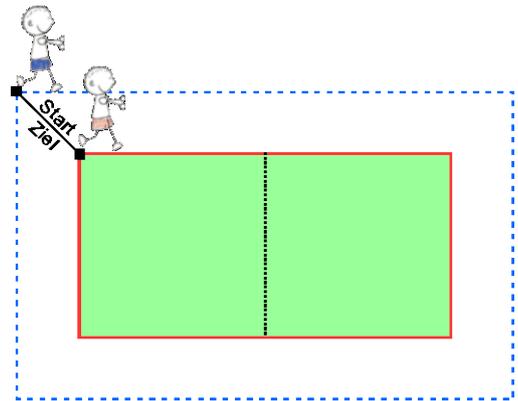
Um sich auf einen Schulwettkampf vorzubereiten, umrunden Leo und Max eine rechteckige Wiese, die 60 m breit und 120 m lang ist.

Der Weg um die Wiese ist 5 m breit.

Leo, der nicht so gerne läuft, bewegt sich immer am inneren Rand des Weges.

(in der Zeichnung rot —————)

Max ist sportlich und läuft am äußeren Rand des Wegs entlang. (in der Zeichnung blau - - - - -)



- a) Berechne die Wegstrecken, die die beiden zurücklegen, wenn jeder das Rasenstück einmal umrundet. 2P

Leos Wegstrecke	<u>360 m</u>	Max' Wegstrecke	<u>400 m</u>
-----------------	--------------	-----------------	--------------

- b) Als sie am nächsten Tag wieder trainieren, hat Leo keine Lust mehr, so weit zu laufen. Er kürzt einfach nach halber Länge ab, läuft quer über den Rasen entlang der schwarzen Linie und dann wieder auf der Bahn weiter. Zu Max sagt er: „Ich umrunde heute nur die halbe Wiese, dann ist der Weg auch nur halb so lang. Entscheide, ob Leo Recht hat und begründe deine Antwort. 1P

Der Weg ist 4*60 m lang, also 240 m und das ist nicht die Hälfte von 360 m. Leo hat nicht Recht

- c) Leo und Max trainieren für einen Langstreckenlauf und wollen einen Trainingswettkampf über die gleiche Streckenlänge gegeneinander austragen. Jeder läuft auf seiner Bahn – Leo innen auf der kürzeren Runde und Max außen auf der längeren Runde. Beide laufen volle Runden, das heißt, Start und Ziel sind jeweils an derselben Stelle. Ermittle eine gemeinsame Streckenlänge, die beide mit vollen Runden laufen können und gib an, wie viele Runden jeder laufen muss. 2P

Deine Antworten	
Länge der Wegstrecke	<u>3600 m</u>
Anzahl der Runden für Leo	<u>10</u>
Anzahl der Runden für Max	<u>9</u>

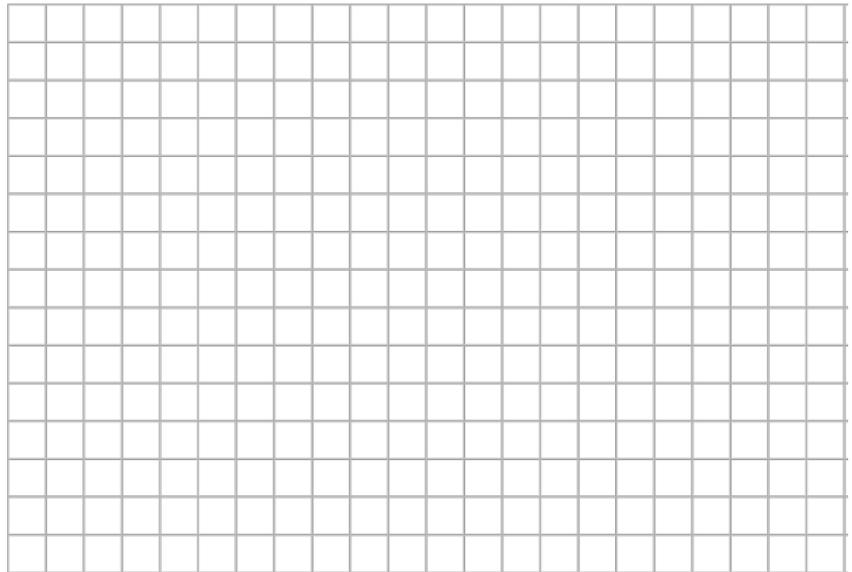
2019 – Aufgaben

Aufgabe 1: Reifenwechsel

Im Frühjahr werden an vielen Autos und Motorrädern die Winterreifen in Sommerreifen getauscht. In der Werkstatt von Meister Schulz ist viel los. In der Mittagspause erzählen sich die Arbeiter, was sie geschafft haben.

- a) Lehrling Paul sagt: „Ich habe bisher 20 Reifen ganz allein gewechselt.“ Er verrät aber nicht, wie viele Autos und wie viele Motorräder es waren.
Gib alle Möglichkeiten an.

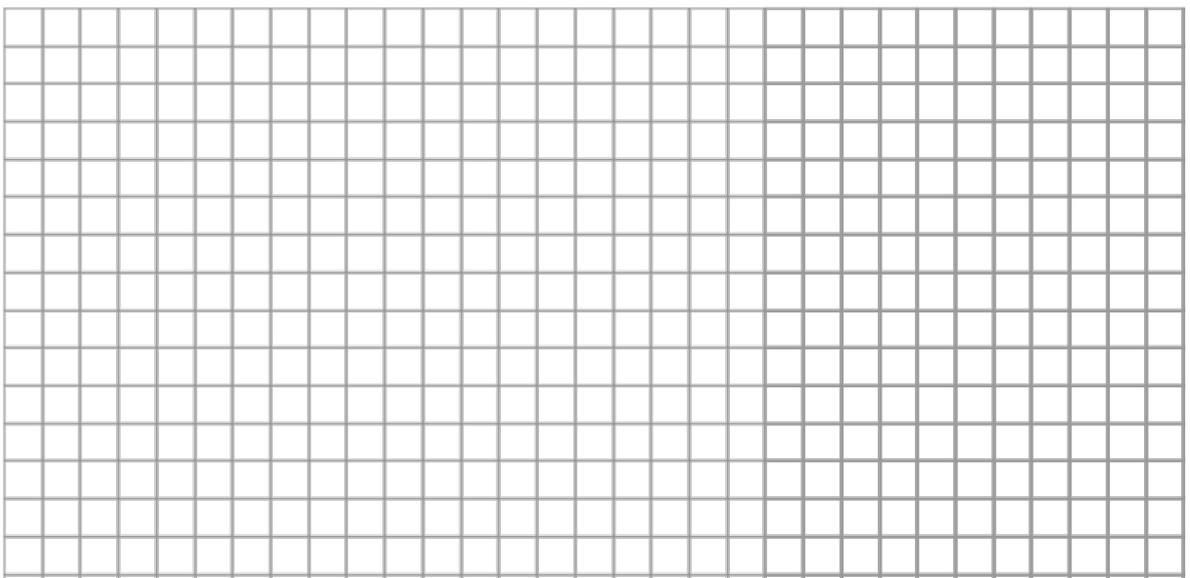
Autos	Motorräder



- b) Mechaniker Torsten weiß nur noch, dass er sogar 50 Reifen gewechselt hat.

Wie viele Autos können das höchstens gewesen sein? _____

Gib den Lösungsweg an:

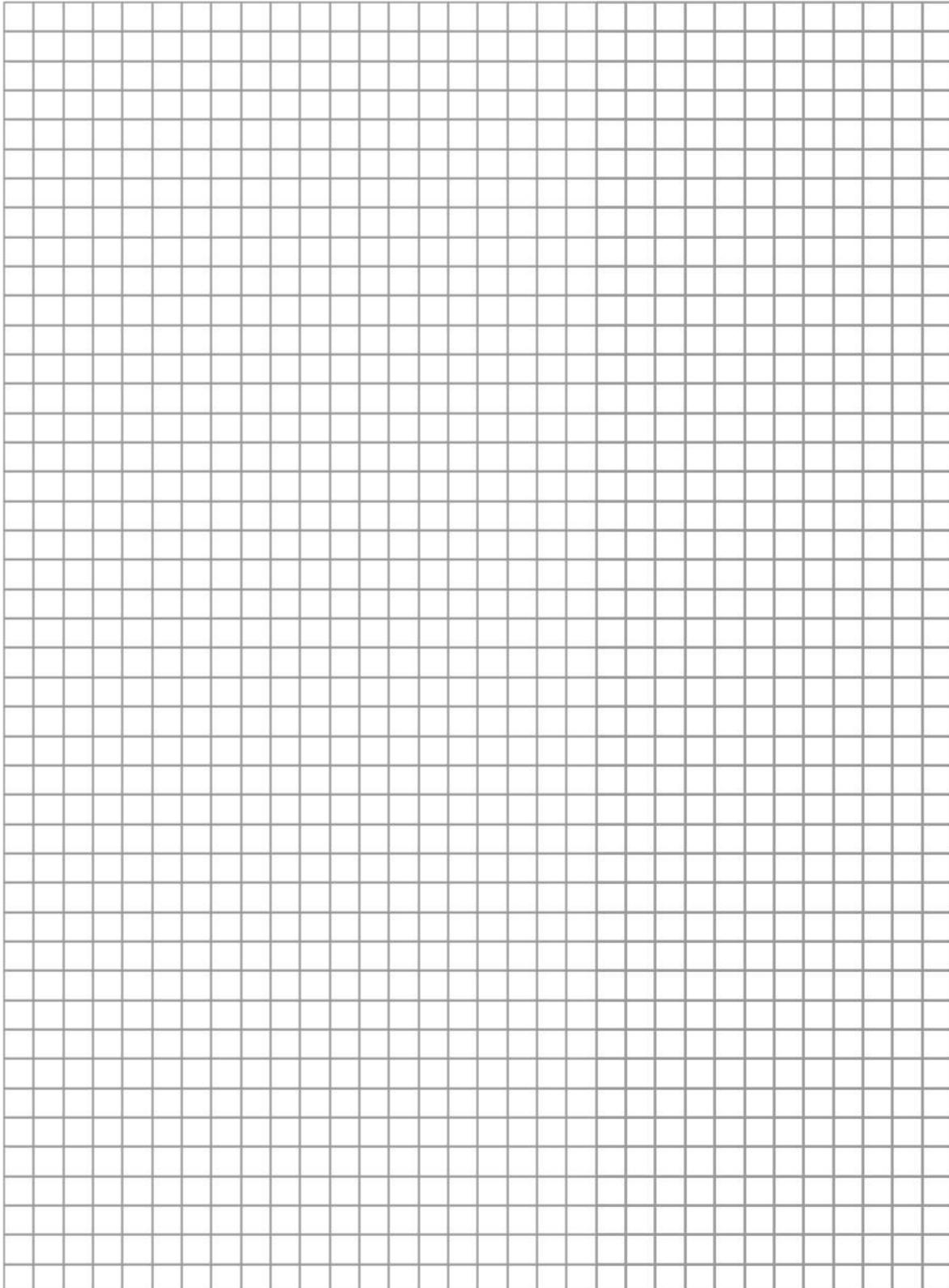


Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 1 (Fortsetzung)

- c) Meister Schulz meint: „Ich habe 40 Reifen gewechselt und weiß auch noch, dass es 14 Fahrzeuge waren.“ Bestimme aus diesen Angaben, an wie vielen Autos und an wie vielen Motorrädern der Meister Reifen gewechselt hat.

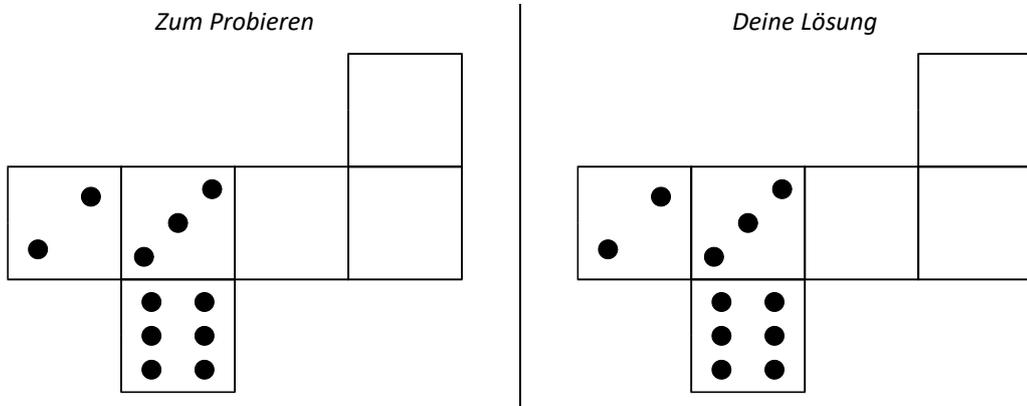
Es waren _____ Autos und _____ Motorräder.



Aufgabe 3: Spielwürfel bauen

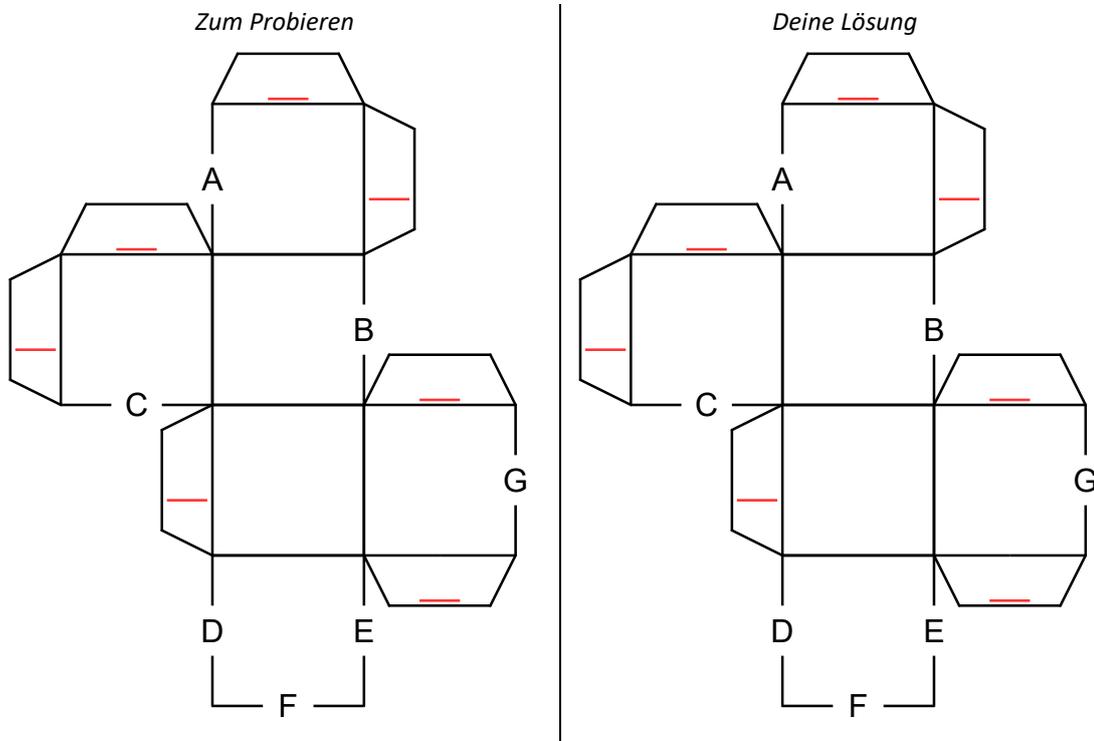
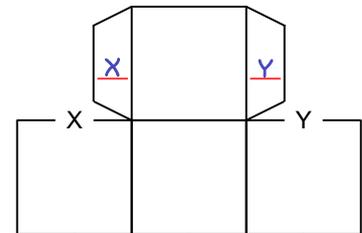
Normale Spielwürfel sind immer so beschriftet, dass die Augenzahlen auf gegenüberliegenden Seitenflächen insgesamt 7 ergeben.

- a) Leo möchte einen normalen Würfel aus einem Würfelnetz basteln.
Male in die leeren Flächen des Würfelnetzes die fehlenden Punkte.



- b) Für das Zusammenkleben der Würfelnetze haben diese Klebeflächen. Leo überlegt, welche Klebefläche mit welcher Kante aufeinandertrifft.

Schreibe wie im Beispiel rechts den Buchstaben der Kante in die dazugehörige Klebefläche.



Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 3 (Fortsetzung)

- c) Auf einem Bild sieht Leo einen Turm aus drei Würfeln. Er überlegt: „Obwohl auf dem Bild nicht alle Seiten des Turmes zu sehen sind, kann ich die Summe aller Augenzahlen bestimmen, die ich sehen würde, wenn ich um den Turm herumgehen könnte.“

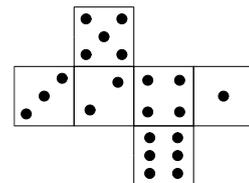


Berechne die Summe der von *allen Seiten* sichtbaren Augenzahlen. Die obere Fläche des Turms ist nicht zu sehen und zählt nicht mit.

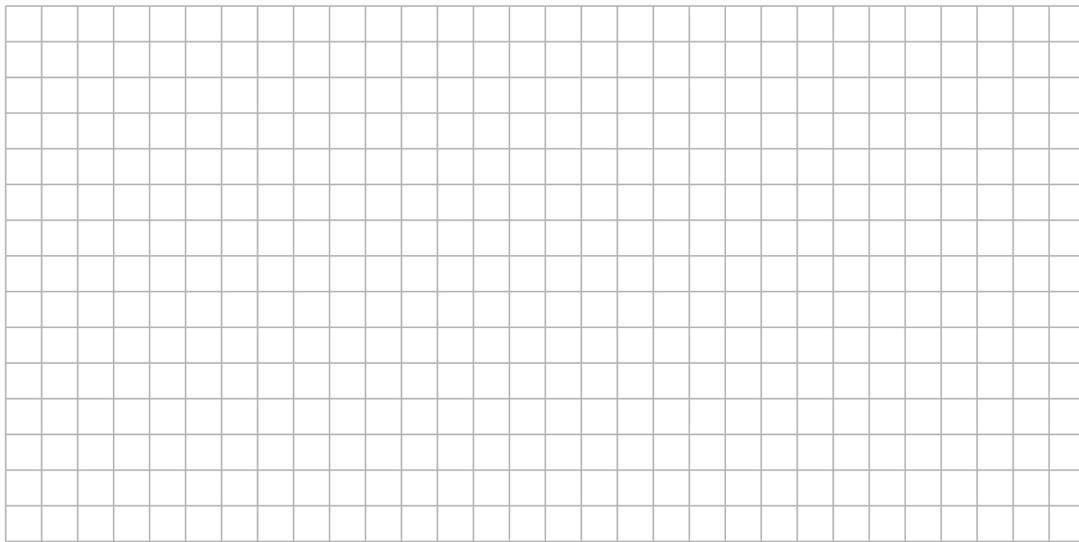


Summe der Augenzahlen: _____

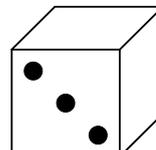
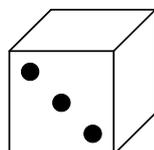
- d) Leos Freund Amar kommt zu Besuch und hat auch ein Würfelnetz gezeichnet. Es ist rechts abgebildet.



Begründe, dass sich aus Amars Netz kein normaler Spielwürfel bauen lässt.



- e) Zeichne in die freien Flächen der unteren Würfel ein, wie die Punkte nach dem Zusammenbauen von Amars Würfel angeordnet sein können. Es gibt genau zwei Möglichkeiten.



Aufgabe 4: Kryptogramme

Kryptogramme sind mathematische Rätsel, bei denen Ziffern durch Buchstaben ersetzt werden. Jeder Buchstabe steht immer für die gleiche Ziffer. Verschiedene Buchstaben stehen auch für verschiedene Ziffern. Am Anfang einer Zahl steht niemals eine 0.

Gehe nach diesem Wettkampf mit 175208 589 35476 auf Krypto-Schnitzeljagd.

Wer oder was ist oder sind...?

1	7	5	2	0	8

5	8	9

3	5	4	7	6

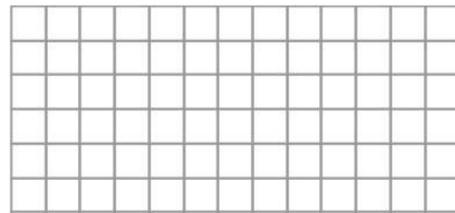
Löse Julias Aufgaben, um ihre Nachricht entschlüsseln zu können und notiere nach jeder gelösten Aufgabe den Buchstaben, der in Julias Geheimschrift zu einer Ziffer gehört.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

- a) Durch welche Ziffern müssen die Buchstaben **A** und **L** ersetzt werden, damit die Rechnungen stimmen?

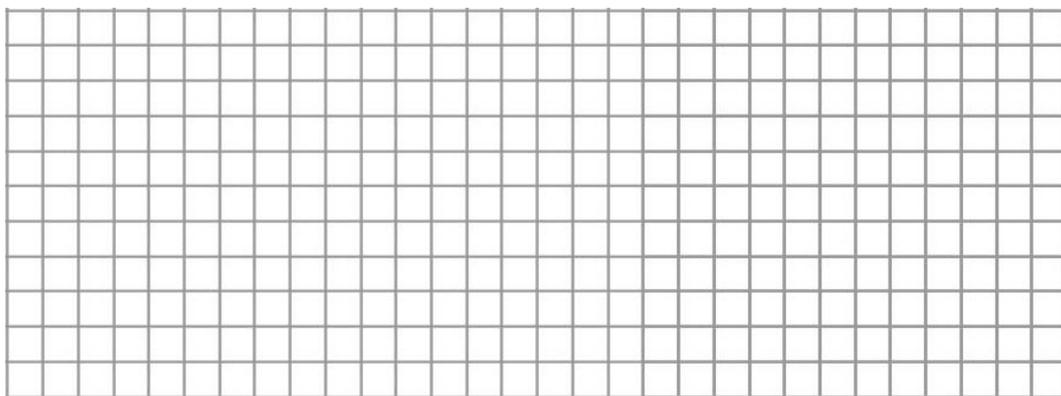
$$3 \cdot A + 4 = 25 \quad \text{und} \quad 2 \cdot L + 2 \cdot A = 20$$

$$A = \underline{\hspace{2cm}} \quad L = \underline{\hspace{2cm}}$$



- b) Ersetze S, D und M durch drei verschiedene Ziffern, sodass die Rechnung richtig ist.

$$\begin{array}{r}
 S \\
 + S \\
 + D D \\
 \hline
 M M M \\
 \hline
 \hline
 \end{array}
 \quad S = \underline{\hspace{1cm}} \quad D = \underline{\hspace{1cm}} \quad M = \underline{\hspace{1cm}}$$



Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 4 (Fortsetzung)

- c) Julia verteilt die Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 so auf die Kästchen, dass eine richtige Additionsaufgabe entsteht. Jede Ziffer kommt nur einmal vor. Welche Ziffer steht für **U**?

+			
			U

U = _____

- d) Julia hat sich eine 3-stellige Zahl gedacht. Die letzte Ziffer der Zahl steht für **N**.
Julias Zahl stimmt

... mit 458 in genau einer Ziffer überein, die sogar an der richtigen Stelle steht,
... mit 461 in genau einer Ziffer überein, die aber an der falschen Stelle steht,
... mit 824 in genau zwei Ziffern überein, die aber beide an der falschen Stelle stehen.

Welche Zahl hat sich Julia gedacht? _____

- e) Welche Zahlen musst du für die Buchstaben einsetzen, damit das Ergebnis stimmt?

$$I + R \cdot K \cdot R + K = 20 \quad \text{und} \quad (K : R) \cdot K - I = 8$$

I = _____ **K** = _____ **R** = _____

2019 – Lösungen

Aufgabe 1: Reifenwechsel

(5P)

Im Frühjahr werden an vielen Autos und Motorrädern die Winterreifen in Sommerreifen getauscht. In der Werkstatt von Meister Schulz ist viel los. In der Mittagspause erzählen sich die Arbeiter, was sie geschafft haben.

- a) Lehrling Paul sagt: „Ich habe bisher 20 Reifen ganz allein gewechselt.“ Er verrät aber nicht, wie viele Autos und wie viele Motorräder es waren.

Gib alle Möglichkeiten an. **2P für alle Lösungen (1P für 3 richtige Teile)**

Autos	Motorräder
5	0
4	2
3	4
2	6
1	8
0	10

- b) Geselle Torsten weiß nur noch, dass er sogar 50 Reifen gewechselt hat.

Wie viele Autos können das höchstens gewesen sein? **12** **1P**

Gib den Lösungsweg an: **$48 : 4 = 12$** **1P**

- c) Meister Schulz meint: „Ich habe 40 Reifen gewechselt und weiß auch noch, dass es 14 Fahrzeuge waren.“ Bestimme aus diesen Angaben, an wie vielen Autos und an wie vielen Motorrädern der Meister Reifen gewechselt hat.

Es waren **6** Autos und **8** Motorräder. **1P**

Aufgabe 2: Glückskugeln

(7P)

Iska und Leni stehen vor einem Automaten mit 100 verschlossenen äußerlich gleichen Kugeln. In 24 der Kugeln befinden sich Autos, in 36 Kugeln befinden sich kleine Sammelfiguren und in 40 Kugeln sind Fingerringe. Wenn man 50 Cent bezahlt, gibt der Automat eine Kugel frei.

- a) Leni möchte gern ein Auto haben. Wenn sie Glück hat, befindet sich in der ersten gekauften Kugel ein Auto. Sie kann aber auch Pech haben und in der Kugel ist eine Sammelfigur oder ein Fingerring. Sie hat sich vorgenommen, so lange Kugeln zu kaufen, bis sie endlich ein Auto hat. Wie viele Kugeln müsste Leni im ungünstigsten Fall kaufen?

Gib die Anzahl an und begründe sie.

Anzahl der Kugeln: **77**

1P

Begründung: Sie kann erst 36 Sammelfiguren, dann 40 Ringe und dann erst ein Auto bekommen. (Reihenfolge von Sammelfiguren und Ringen vertauschbar)

1P

- b) Iska möchte eine Sammelfigur und einen Ring haben. Wie viel Geld muss sie im ungünstigsten Fall ausgeben? Gib den Geldbetrag an und begründe die Anzahl der Kugeln.

Geldbetrag: 32,50 €

1P

Begründung; Sie kann erst 40 Ringe und dann erst 24 Autos und dann 1 Sammelfigur bekommen. Das sind 65 Kugeln (Achtung, diese Reihenfolge, nicht erst Sammelfiguren!)

1P

- c) Iska und Leni führen nun ein neues Glücksspiel mit eigenen Regeln durch. In 10 leere Kugeln legen Iska und Leni Zettel mit den Zahlen von 21 bis 30. Alle Kugeln liegen durcheinander in einer großen Schüssel. Es wird jeweils eine Kugel gezogen, die Zahl notiert und die Kugel mit dem Zettel wieder in die Schüssel zurückgelegt.

Iska soll gewinnen, wenn die Summe der Ziffern der Zahl kleiner oder gleich 5 ist. Leni soll gewinnen, wenn die Differenz zwischen den Ziffern der Zahl größer oder gleich 5 ist.

Zeige, dass das Spiel nicht gerecht ist und nenne die Spielerin mit der größeren Gewinnchance.

Summe kleiner oder gleich 5 = Iska: 21,22,23,30

Differenz größer oder gleich 5: Leni: 27,28,29 also 4:3 oder mehr Kugeln bei Iska

1P

Die größere Gewinnchance hat: Iska

1P

- d) Iska und Leni möchten die Regeln beibehalten, aber die Zahlen in den 10 Kugeln so verändern, dass das Spiel gerecht wird. Gib 10 aufeinanderfolgende zweistellige Zahlen an, mit denen das möglich ist.

41-50

35-44

38-47

33-42

37-46

16-25

27-36

15-24

26-35

25-34

Ein Bereich von diesen möglichen

36-45

Bereichen muss angegeben werden 1P

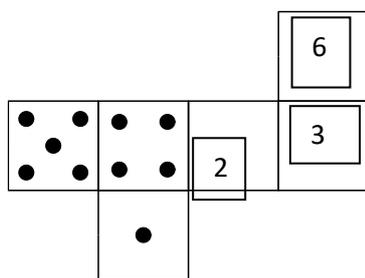
24-33

Aufgabe 3: Spielwürfel bauen

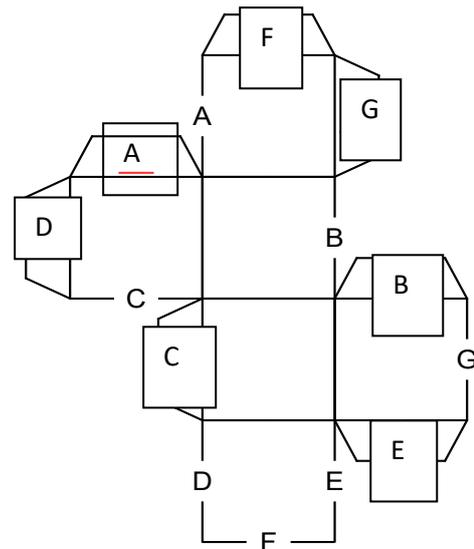
(5P)

Normale Spielwürfel sind immer so beschriftet, dass die Augenzahlen auf gegenüberliegenden Seitenflächen insgesamt 7 ergeben.

- a) Leo möchte einen normalen Würfel aus einem Würfelnetz basteln. Male in die leeren Flächen des Würfelnetzes die fehlenden Punkte 1P



- b) Schreibe wie im Beispiel rechts den Buchstaben der Kante in die dazugehörige Klebefläche. 2P



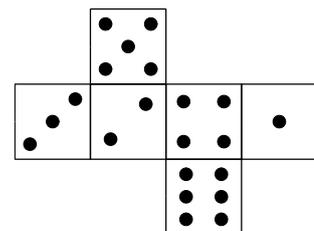
- c) Berechne die Summe der von *allen* Seiten sichtbaren Augenzahlen.

Rechnung: $2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 = 42$ oder $6 \cdot 7 = 42$

Summe der Augenzahlen: 42 1P

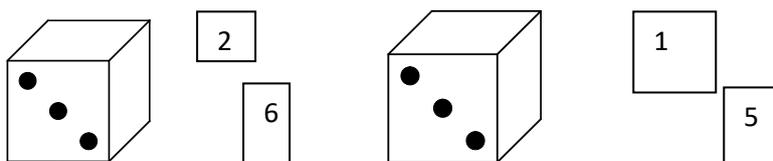
- d) Leos Freund Amar kommt zu Besuch und hat auch ein Würfelnetz gezeichnet. Es ist rechts abgebildet.

Begründe, dass sich aus Amars Netz kein normaler Spielwürfel bauen lässt.



5 + 6 ungleich 7 oder 1 + 2 ungleich 7 1P

- e) Zeichne in die freien Flächen der unteren Würfel ein, wie die Punkte nach dem Zusammenbauen von Amars Würfel angeordnet sein können. Es gibt genau zwei Möglichkeiten.



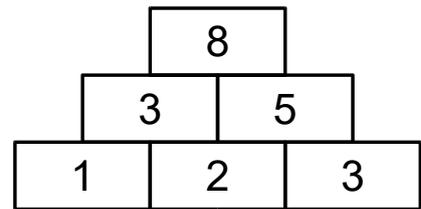
2P (keine Punkte für die Ausrichtung der Punkte)

2022 – Aufgaben

Aufgabe 1: Zahlenmauern

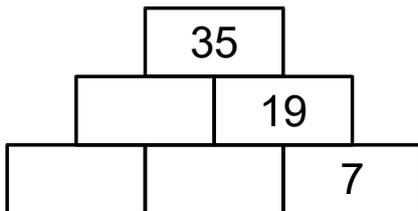
In einer „+ Zahlenmauer“ werden nebeneinanderstehende Zahlen addiert und das Ergebnis in den Stein darüber eingetragen.

Ein Beispiel siehst du hier:

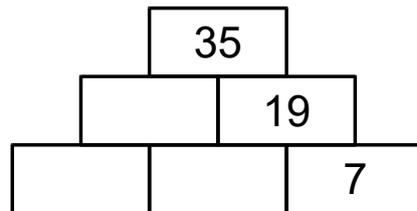


a) Ergänze die fehlenden Zahlen in der Zahlenmauer:

Zum Probieren

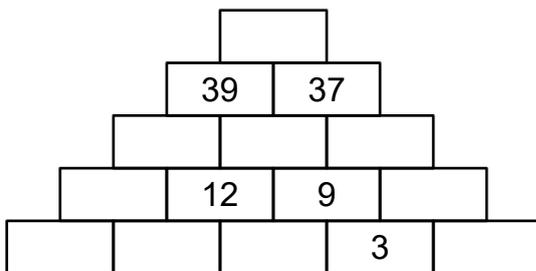


Deine Lösung

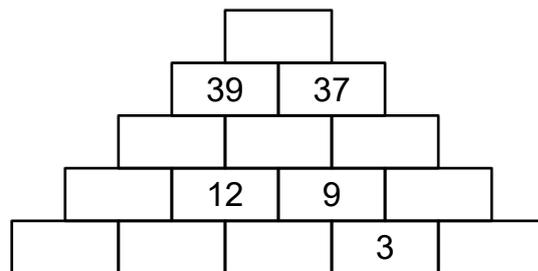


b) Fülle diese Zahlenmauer aus:

Zum Probieren

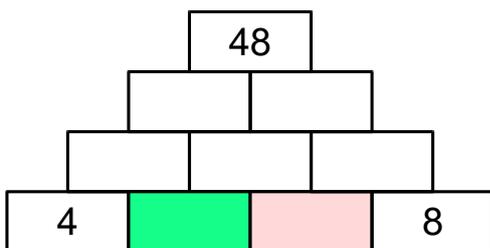


Deine Lösung

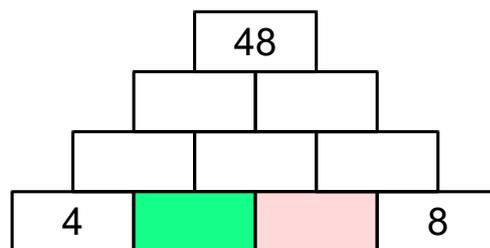


c) Finde eine Möglichkeit, um diese Zahlenmauer auszufüllen.

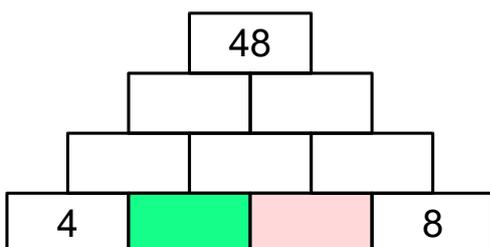
Zum Probieren



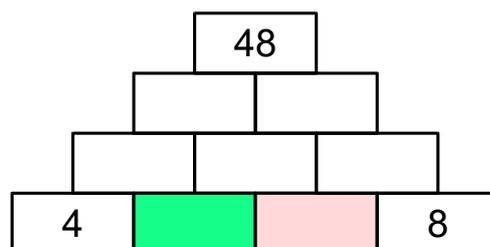
Zum Probieren



Zum Probieren



Deine Lösung

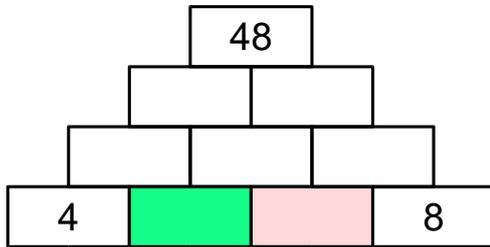


Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

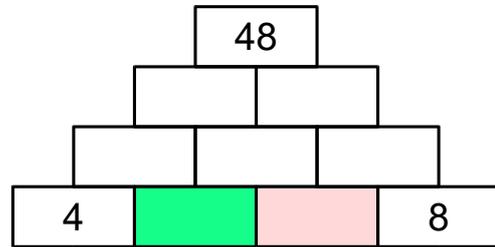
Aufgabe 1 (Fortsetzung)

d) Die Zahlenmauer aus Teil c) kann man auf 13 verschiedene Arten richtig ausfüllen.
Gib 2 weitere verschiedene Möglichkeiten an:

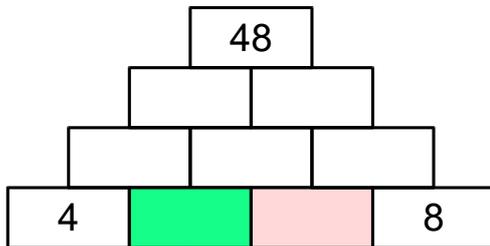
Zum Probieren



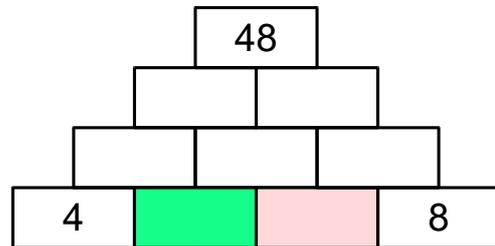
Deine Lösung



Zum Probieren



Deine Lösung



e) Was fällt dir bei den markierten Bodensteinen unten in der Mitte auf?
Beschreibe, welches Muster du erkennst.



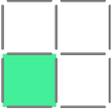
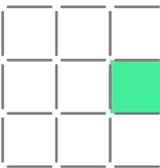
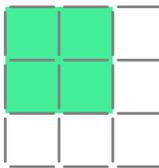
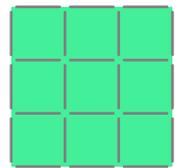
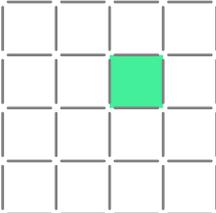
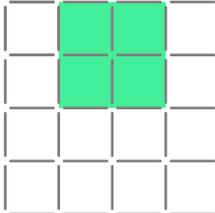
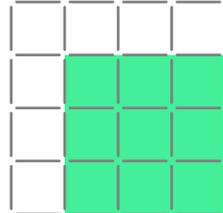
f) Gib alle 13 Möglichkeiten für die Bodensteine in dieser Zahlenmauer an:

Möglichkeit	Stein links	Stein rechts	Möglichkeit	Stein links	Stein rechts
1			8		
2			9		
3			10		
4			11		
5			12		
6			13		
7					

Aufgabe 2: Quadrate

Gegeben sind Quadrate mit den Seitenlängen 1, 2, 3 und 4 auf einem Raster.

Man kann sie mit Einerquadraten, Zweierquadraten, Dreierquadraten und größeren Quadraten füllen. Beispiele findest du grün ausgemalt in der Tabelle, die du auch später zum Probieren nutzen kannst.

Gesamtgröße	Innere Quadrate		
	Einerquadrate	Zweierquadrate	Dreierquadrate
Seitenlänge 1			
Seitenlänge 2			
Seitenlänge 3			
Seitenlänge 4			

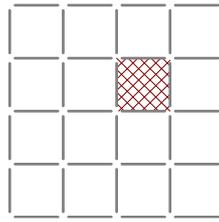
- a) Finde heraus, wie viele verschiedene innere Quadrate du in den großen Quadraten finden kannst. Fülle die Tabelle aus.

Seitenlängen	1er	2er	3er	4er	5er	6er	7er	8er	9er	10er
	Quadrate									
1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2	4	1	–	–	–	–	–	–	–	–
3										
4										
...										
9										
10										

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

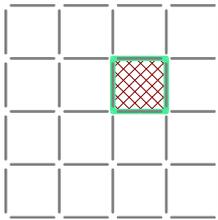
Aufgabe 2 (Fortsetzung)

b) In einem Quadrat der Seitenlänge 4 ist ein Einerquadrat durch eine Schraffur gekennzeichnet.



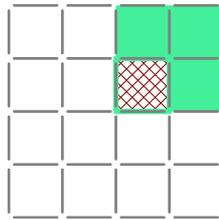
Bestimme die Anzahl aller Quadrate, die das gekennzeichnete Quadrat enthalten. In den Zeichnungen ist jeweils ein Beispiel gegeben, die anderen kannst du durch Probieren herausfinden.

Einerquadrate



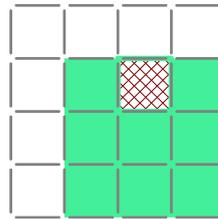
Anzahl: _____

Zweierquadrate



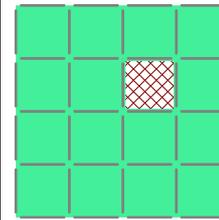
Anzahl: _____

Dreierquadrate



Anzahl: _____

Viererquadrate

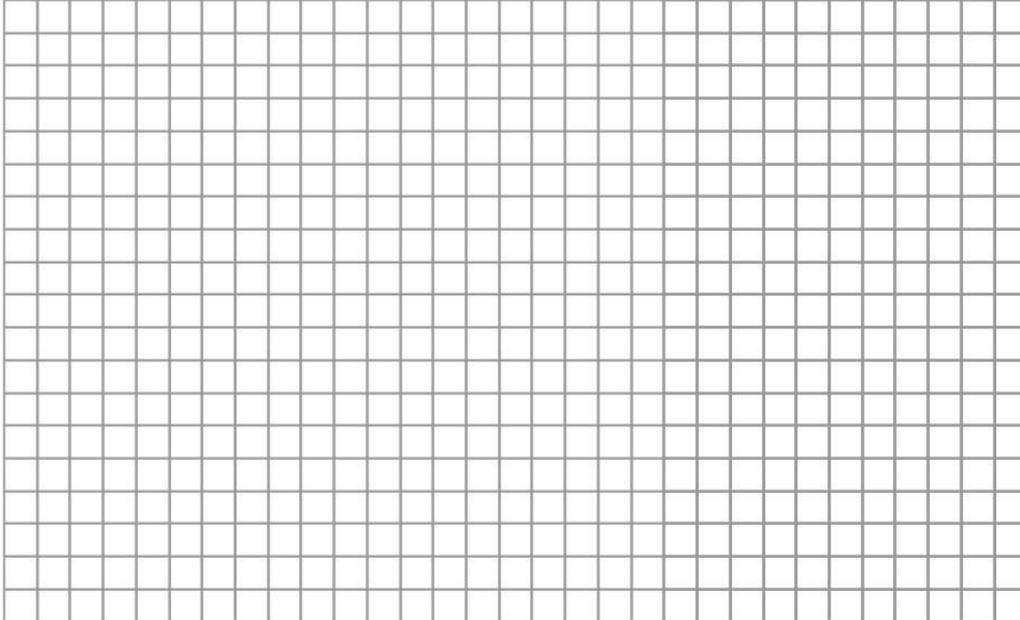


Anzahl: _____

Aufgabe 3 (Fortsetzung)

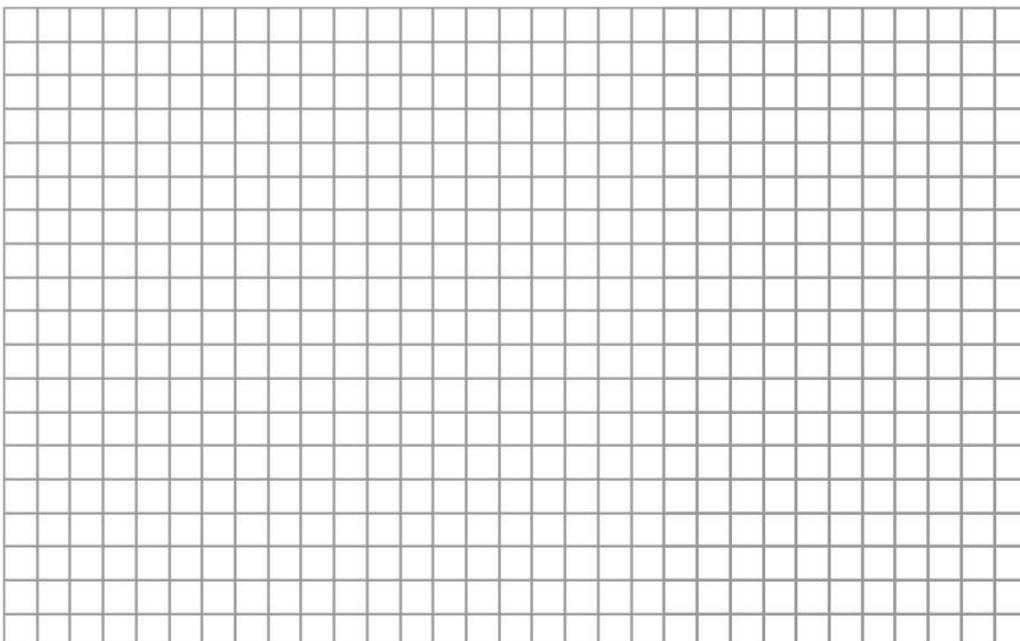
- c) Zum letzten Schultag erntet die Mutter eine bestimmte Anzahl von Blumen.
Zuerst teilt sie diese Anzahl in 3 Teile, also in Drittel.
Eins der Drittel bindet sie zu einem Strauß für Paulas Lehrerin.
Die restlichen Blumen teilt sie in 4 gleiche Teile, also in Viertel.
Eins der Viertel wird ein hübscher Strauß für Emils Lehrerin.
Aus der Hälfte der nun verbleibenden Blumen wird ein Strauß für Emils Hortnerin.
Die neun restlichen Blumen nimmt sie der Oma mit.
Bestimme die Anzahl der geernteten Blumen und begründe Deine Antwort.

Platz für deine Rechnungen:



Zahl der geernteten Blumen:

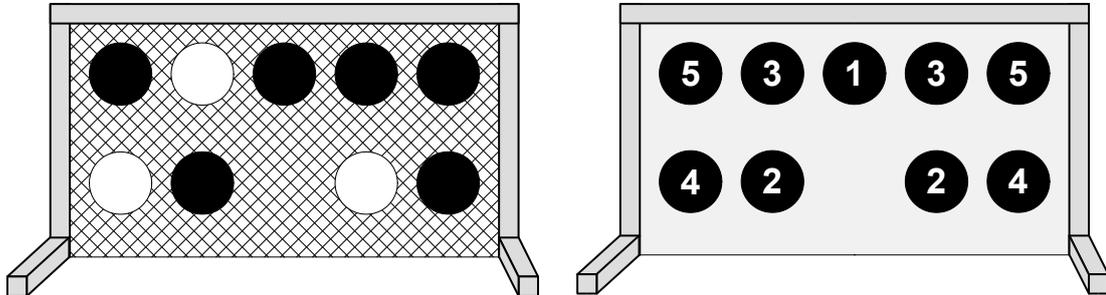
Deine Begründung:



Aufgabe 4 (Fortsetzung)

- c) Anton kommt zu seinen Freunden auf den Platz. Zunächst sieht er die Torwand von hinten und kann nur erkennen, dass 3 Scheiben getroffen sind. Da er die Torwand gut kennt, weiß Anton genau, welche Scheiben es sind.

Kreuze die getroffenen Scheiben auf der Vorderansicht der Torwand an.



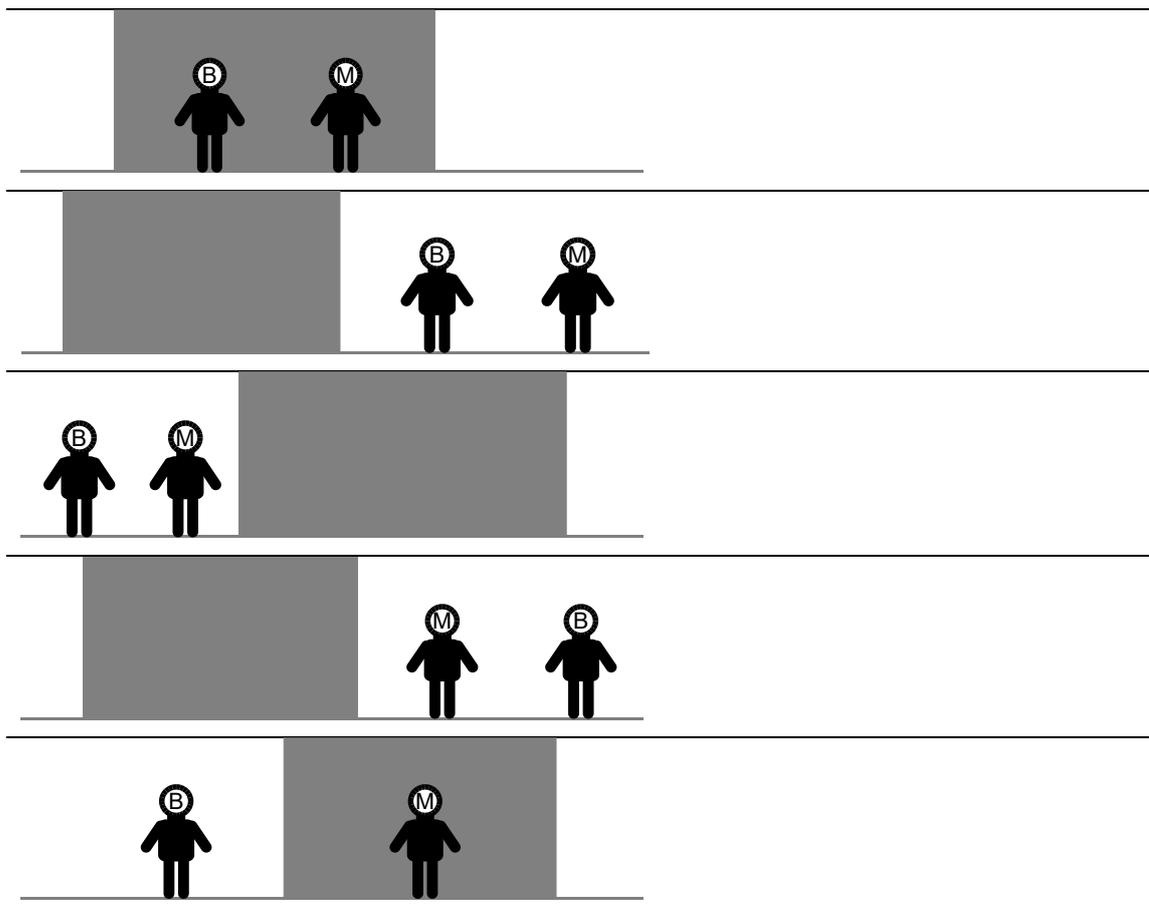
Antons Sicht von hinten

Vorderansicht

- d) Auf der nächsten Seite siehst du einen Plan des Sportplatzes von oben. Anton stellt sich auf jeden der Standorte 1 bis 9 einmal. Von 5 Standorten aus skizziert er Ben (B), Moritz (M) und die Torwand. Die Bilder von Anton siehst Du unten. Die Größen entsprechen nicht den wahren Verhältnissen. Ordne den 5 Bildern von Anton die richtigen Standorte zu.

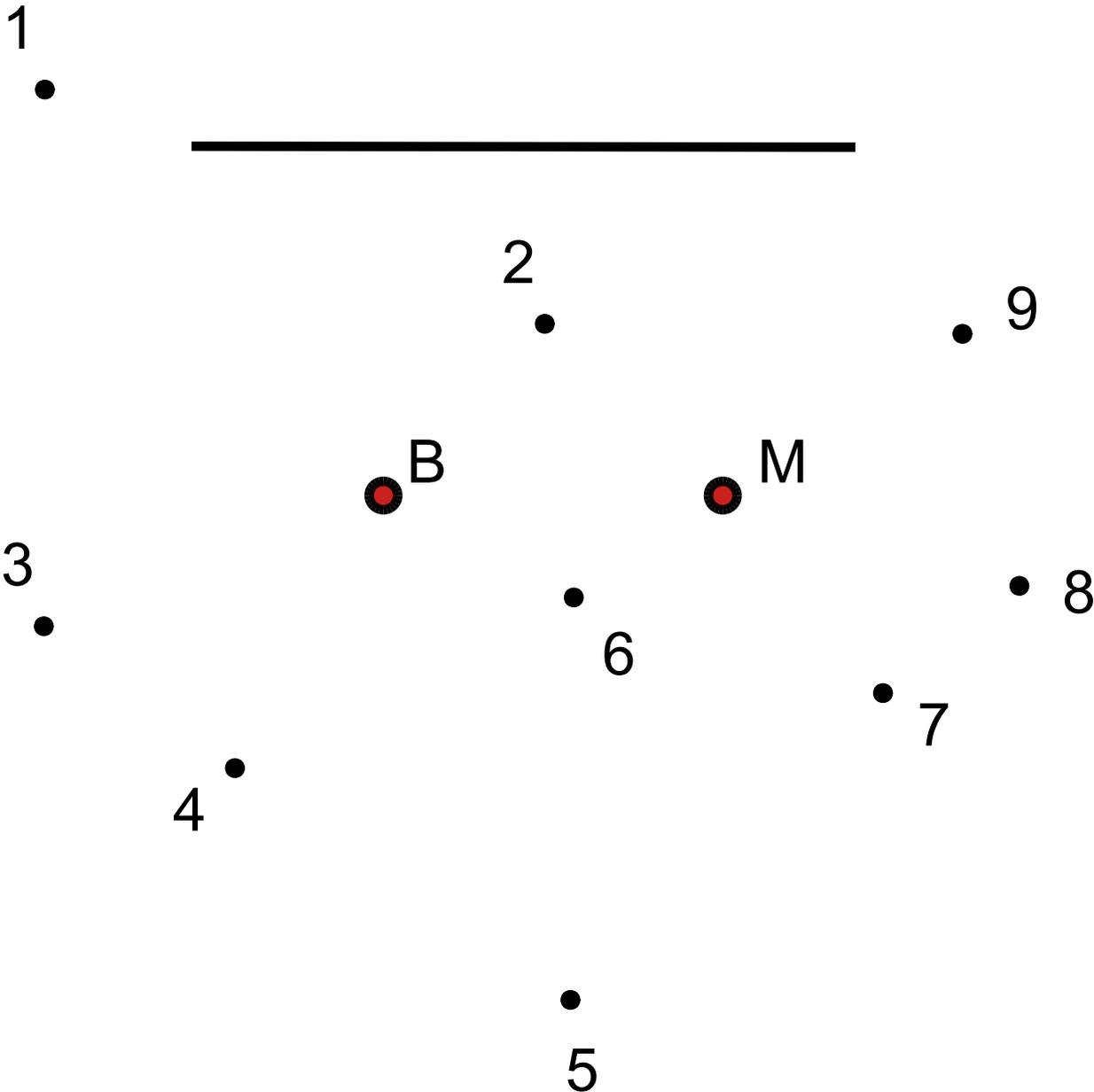
Bilder von Anton

Standort (Nr.)



Beachte die Skizze auf der nächsten Seite!

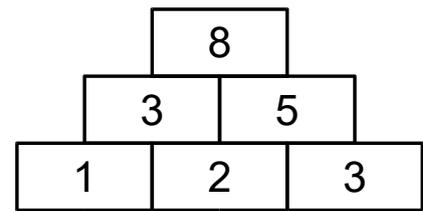
Skizze zu Aufgabe 4d)



2022 – Lösungen

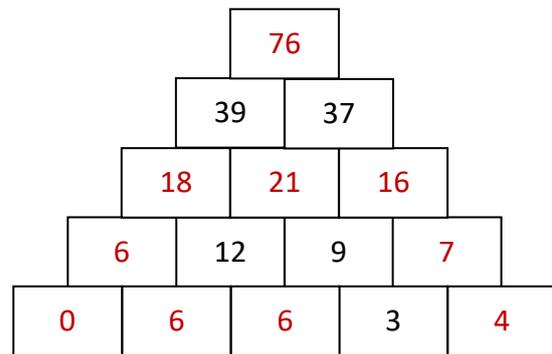
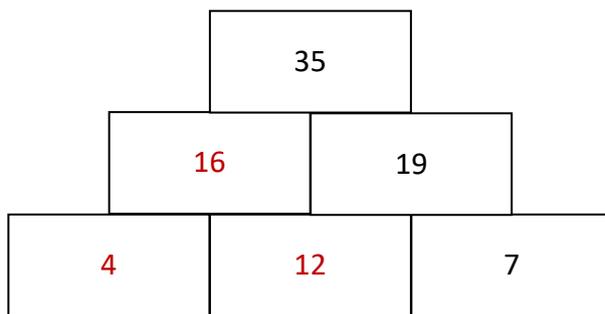
Aufgabe 1: Zahlenmauern (7 P)

In einer „+ Zahlenmauer“ werden nebeneinanderstehende Zahlen addiert und das Ergebnis in den Stein darüber eingetragen.

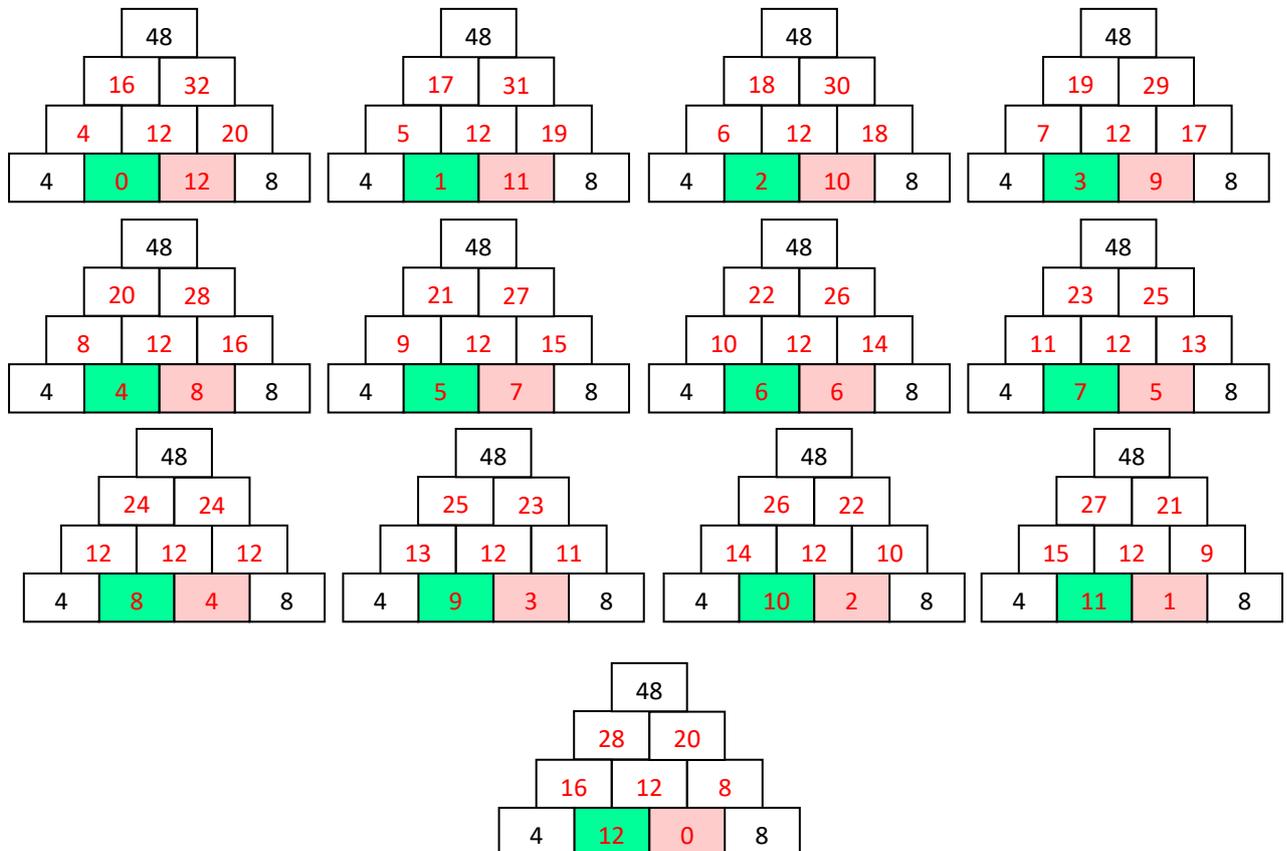


Ein Beispiel siehst du hier:

- a) Ergänze die fehlenden Zahlen in der Zahlenmauer: b) Fülle diese Zahlenmauer aus:



- c) Finde eine Möglichkeit, um diese Zahlenmauer



Aufgabe 1: (Fortsetzung)

- d) Die Zahlenmauer aus Teil c) kann man auf 13 verschiedene Arten richtig ausfüllen.
Gib 2 weitere verschiedene Möglichkeiten an:

Siehe Lösung zu Teilaufgabe c)

- e) Was fällt dir bei den markierten Bodensteinen unten in der Mitte auf?
Beschreibe, welches Muster du erkennst. (eine Antwort reicht)

Die Summe der Zahlen in den beiden markierten Bodensteinen beträgt 12.

Die Summe der Zahlen in den Steinen der untersten Reihe beträgt 24.

Beispiele:

$$8 + 4 = 12$$

$$4 + 8 + 4 + 8 = 24$$

$$7 + 5 = 12$$

$$4 + 7 + 5 + 8 = 24$$

$$6 + 6 = 12$$

$$4 + 6 + 6 + 8 = 24$$

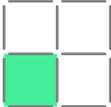
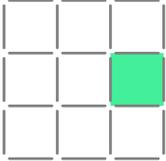
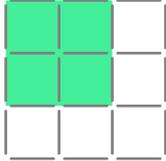
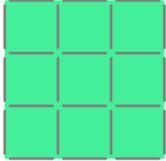
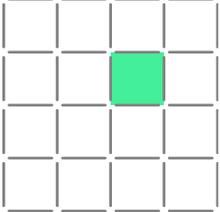
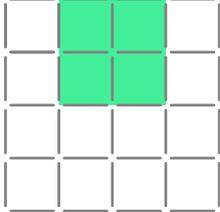
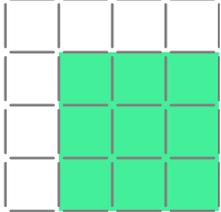
- f) Gib alle 13 Möglichkeiten für die Bodensteine in dieser Zahlenmauer an:

Möglichkeit	Stein links	Stein rechts	Möglichkeit	Stein links	Stein rechts
1	0	12	8	7	5
2	1	11	9	8	4
3	2	10	10	9	3
4	3	9	11	10	2
5	4	8	12	11	1
6	5	7	13	12	0
7	6	6			

Aufgabe 2: Quadrate (3 P)

Gegeben sind Quadrate mit den Seitenlängen 1, 2, 3 und 4 auf einem Raster.

Man kann sie mit Einerquadraten, Zweierquadraten, Dreierquadraten und größeren Quadraten füllen. Beispiele findest du grün ausgemalt in der Tabelle, die du auch später zum Probieren nutzen kannst.

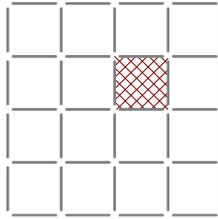
Gesamtgröße	Innere Quadrate		
	Einerquadrate	Zweierquadrate	Dreierquadrate
Seitenlänge 1			
Seitenlänge 2		Ein grün ausgemaltes Zweierquadrat?	
Seitenlänge 3			
Seitenlänge 4			

a) Finde heraus, wie viele verschiedene innere Quadrate du in den großen Quadraten finden kannst. Fülle die Tabelle aus.

Seitenlängen	1er	2er	3er	4er	5er	6er	7er	8er	9er	10er
	Quadrate									
1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2	4	1	–	–	–	–	–	–	–	–
3	9	4	1	–	–	–	–	–	–	–
4	16	9	4	1	–	–	–	–	–	–
...										
9	81	64	49	36	25	16	9	4	1	–
10	100	81	64	49	36	25	16	9	4	1

Aufgabe 2 (Fortsetzung)

b) In einem Quadrat der Seitenlänge 4 ist ein Einerquadrat durch eine Schraffur gekennzeichnet.



Bestimme die Anzahl aller Quadrate, die das gekennzeichnete Quadrat enthalten. In den Zeichnungen ist jeweils ein Beispiel gegeben, die anderen kannst du durch Probieren herausfinden.

Einerquadrate	Zweierquadrate	Dreierquadrate	Viererquadrate
Anzahl: <u> 1 </u>	Anzahl: <u> 4 </u>	Anzahl: <u> 4 </u>	Anzahl: <u> 1 </u>

Aufgabe 3: Geld (5 P)

Emil schlägt seinen Eltern vor, dass er sich bis zu den Ferien täglich um den Garten kümmern würde. Die Ferien beginnen in 7 Tagen.

Da es jeden Tag heißer wird und das Unkraut immer stärker sprießt, möchte Emil am ersten und zweiten Tag einen Euro Tageslohn haben.

Am dritten und vierten Tag verlangt er einen Euro Tageslohn mehr, also jeweils zwei Euro, am fünften und sechsten Tag einen weiteren Euro mehr und so weiter.

Von Emils großer Schwester Paula kommt daraufhin der Vorschlag, dass sie die gleichen Aufgaben erfüllen würde, aber am ersten Tag nur 10 ct haben möchte und an jedem folgenden Tag das Doppelte vom Vortag.

- a) Die Eltern überlegen, welche Ausgaben sie pro Tag für Emil oder für Paula einplanen müssten. Vervollständige die Tabellen.

Tag	Ausgaben für Emil	Tag	Ausgaben für Paula
1	1 €	1	10 ct
2	1 €	2	20 ct
3	2 €	3	40 ct
4	2 €	4	80 ct
5	3 €	5	160 ct
6	3 €	6	320 ct
7	4 €	7	640 ct
Σ	16€	Σ	12,70 €

- b) Wessen Angebot ist für die Eltern sparsamer?

Deine Antwort:

Paulas Angebot ist für die Eltern günstiger. (Sie zahlen nur 12,70 €)

Begründe Deine Antwort:

Man muss das Geld in der ganzen Woche addieren,(nicht nur den letzten Tag sehen)

oder:

Zwar zahlen die Eltern in den letzten beiden Tagen mehr für Paulas Arbeit, jedoch ist Emil über den gesamten Zeitraum teurer

Aufgabe 3 (Fortsetzung)

- c) Zum letzten Schultag erntet die Mutter eine bestimmte Anzahl von Blumen. Zuerst teilt sie diese Anzahl in 3 Teile, also in Drittel. Eins der Drittel bindet sie zu einem Strauß für Paulas Lehrerin. Die restlichen Blumen teilt sie in 4 gleiche Teile, also in Viertel. Eins der Viertel wird ein hübscher Strauß für Emils Lehrerin. Aus der Hälfte der nun verbleibenden Blumen wird ein Strauß für Emils Hortnerin. Die neun restlichen Blumen nimmt sie der Oma mit.

Bestimme die Anzahl der geernteten Blumen und begründe Deine Antwort.: **36**

Rückwärtsarbeiten

- Wenn Oma nach der Halbierung noch 9 Blumen kriegt, muss die Hortnerin ebenfalls 9 Blumen erhalten haben.
Zusammen sind das 18. Das sind die „nun verbleibenden Blumen“. Weiter mit 1. oder 2.
- Vorher hatte die Mutter eine durch 4 teilbare Anzahl von Blumen: Das wären 20 oder 24.
Probieren: $20-5 < 18$, $24-6=18$ also vorher 24 Blumen.
Davor hatte sie eine durch 3 teilbare Anzahl von Blumen: Das wären 27 oder 30 oder 33....
Probieren: $27-9 < 24$, $30-10 < 24$, $33-11 < 24$, $36-12=24$ also hatte sie 36 Blumen.
- Die 18 sind gleichzeitig 3 der 4 gleich großen Anteile der vorherigen Teilung.
Also ist jeder Anteil hier 6 groß und die 4 Anteile wären 24 Blumen.
Diese 24 Blumen sind 2 der 3 gleich großen Anteile der ersten Teilung.
Hier ist also jeder Anteil 12 groß.

Insgesamt müssen es also **36 Blumen** gewesen sein.

Systematisches Probieren

- ➔ Bedingung: Die Ausgangszahl muss durch 3 teilbar sein.
- ➔ Ausgangszahl muss größer als 9 sein.

Ausgangszahl	12	18	24	30	36
Zwei Drittel oder minus ein Drittel	8	12	16	20	24
Drei Viertel oder minus ein Viertel	---	9	12	15	18
Ein Halbes	---	---	6	7,5	9
Kommentar	Nach erster Teilung kleiner ➔ Ausgangszahl muss größer sein.	Nach zweiter Teilung kleiner als 9 ➔ Ausgangszahl muss größer sein.	Nach zweiter Teilung kleiner als 9 ➔ Ausgangszahl muss größer sein.	Bei letzter Teilung keine ganze Zahl	gesuchte Anzahl von Blumen.

Aufgabe 4: Torwandschießen (5 P)

Ben und Moritz üben an einer Torwand.

Wenn eine Scheibe getroffen wurde, kippt sie nach hinten weg. Jeder Treffer zählt so viele Punkte, wie auf der Scheibe stehen.

Nicht bei jedem Schuss gelingt den Jungs auch ein Treffer. Wenn man danebenschießt oder der Ball durch eine Öffnung fliegt, deren Scheibe schon heruntergeklappt ist, erhält man für den Schuss keine Punkte.

In jedem Durchgang hat ein Spieler 5 Schüsse. Danach werden die getroffenen Scheiben wieder nach oben geklappt.

a) Ben erzielte im ersten Durchgang vier Treffer. Er traf die Scheiben 4, 2, 2 und 1 und bekam deshalb 9 Punkte.

Moritz erreichte danach ebenfalls 9 Punkte, hatte aber nur drei Treffer.

Gib alle Möglichkeiten für seine getroffenen Kreisscheiben an. Die Reihenfolge, in der er die Scheiben getroffen hat, ist unwichtig.

Variante 1	5	3	1
Variante 2	5	2	2
Variante 3	4	4	1
Variante 4	4	3	2

b) Im nächsten Durchgang erzielte Ben 11 Punkte.

Gib alle Möglichkeiten für seine getroffenen Kreisscheiben an, wenn er bei jedem Schuss Punkte gesammelt hat.

Die Reihenfolge, in der er die Scheiben getroffen hat, ist unwichtig.

Variante	1	2	2	3	3

Hinweis: Es gibt nur 1 Möglichkeit, denn:

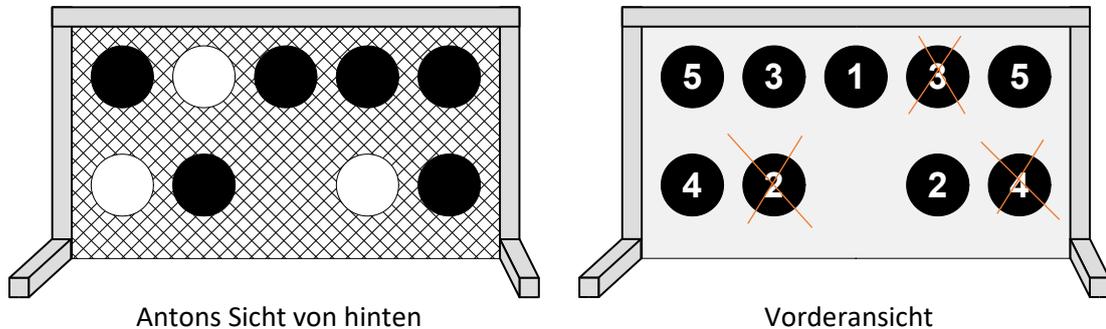
- Ben muss bei jedem der 5 Schüsse Punkte sammeln.
- Die kleinstmögliche Punktzahl ist hier 11.

Alle weiteren Trefferbilder, die eine 4 oder 5 enthalten, hätten eine größere Punktzahl.

Aufgabe 4 (Fortsetzung)

- c) Anton kommt zu seinen Freunden auf den Platz. Zunächst sieht er die Torwand von hinten und kann nur erkennen, dass 3 Scheiben getroffen sind. Da er die Torwand gut kennt, weiß Anton genau, welche Scheiben es sind.

Kreuze die getroffenen Scheiben auf der Vorderansicht der Torwand an.



- d) Auf der nächsten Seite siehst du einen Plan des Sportplatzes von oben. Anton läuft auf dem Platz herum und skizziert die Standorte von Ben (B), Moritz (M) und der Torwand von 9 verschiedenen Punkten (1...9). Anton beachtet nur die Positionen von Ben, Max und der Torwand genau. Die Größen entsprechen nicht den wahren Verhältnissen.

Ordne den 5 ausgewählten Bildern die richtigen Standorte zu.

Bild	Standort (Nr.)
	5
	3
	8
	1
	7

Skizze zu Aufgabe 4 d)

1



2



9



B



M



3



6



8



7



4

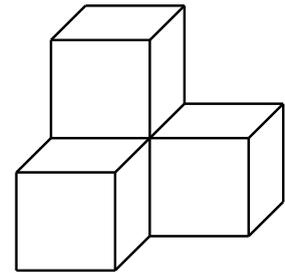


5

Jahrgangsstufe 5

Aufgabe 2 – Erbsenfiguren

Anna möchte aus Erbsen und Zahnstochern eine Figur bauen, die aus 4 Würfeln besteht. Die Erbsen will sie für die Eckpunkte und die Zahnstocher für die Kanten verwenden.



- a) Wie viele Erbsen braucht sie für die Eckpunkte?

- b) Wie viele Zahnstocher braucht sie für die Kanten?

- c) Anna betrachtet die Figur von oben und von vorn.
Vervollständige die beiden Ansichten.

Ansicht von oben	Ansicht von vorn

- d) Anna möchte die Figur so weiterbauen, dass ein Würfel entsteht.
Wie viele Erbsen und wie viele Zahnstocher braucht sie noch?

Aufgabe 3 – Muschelspiel

Oskar und Ida haben am Strand sieben Muscheln gefunden und sich ein Spiel ausgedacht. Abwechselnd nehmen sie Muscheln vom Haufen. Wer dran ist, kann entweder eine oder zwei Muscheln wegnehmen. Wer die letzte Muschel nehmen muss, hat verloren und darf beim nächsten Spiel anfangen.

Ein Spiel könnte so aussehen, wenn man aufschreibt, wie viele Steine jeder nimmt:

<i>Ida</i>	<i>Oskar</i>	<i>Ida</i>	<i>Oskar</i>	<i>Ida</i>	<i>Oskar</i>
2	2	1	1	1	–

Antwort: Ida hat nach 5 Zügen verloren.

- a) Zuerst überlegen sie gemeinsam, wie das Spiel mit den wenigsten Zügen aussehen könnte, wenn Ida beginnt. Schreibe wie im Beispiel die Anzahl der genommenen Muscheln in die Tabelle und vervollständige den Antwortsatz:

Ida	Oskar	Ida	Oskar	Ida	Oskar

Antwort: _____ hat nach ____ Zügen verloren.

- b) Nun spielen sie um den Sieg und Oskar fängt an. Nach fünf Zügen hat er verloren und fängt wieder an. Nach einiger Zeit bemerkt Oskar ärgerlich, dass Ida jedes Spiel nach genau fünf Zügen gewinnt. Ida spielt so, dass Oskar keine Chance zu gewinnen hat – egal, wie viele Muscheln er nimmt.

Schreibe alle Spiele auf, die Oskar nach fünf Zügen **chancenlos** verliert.

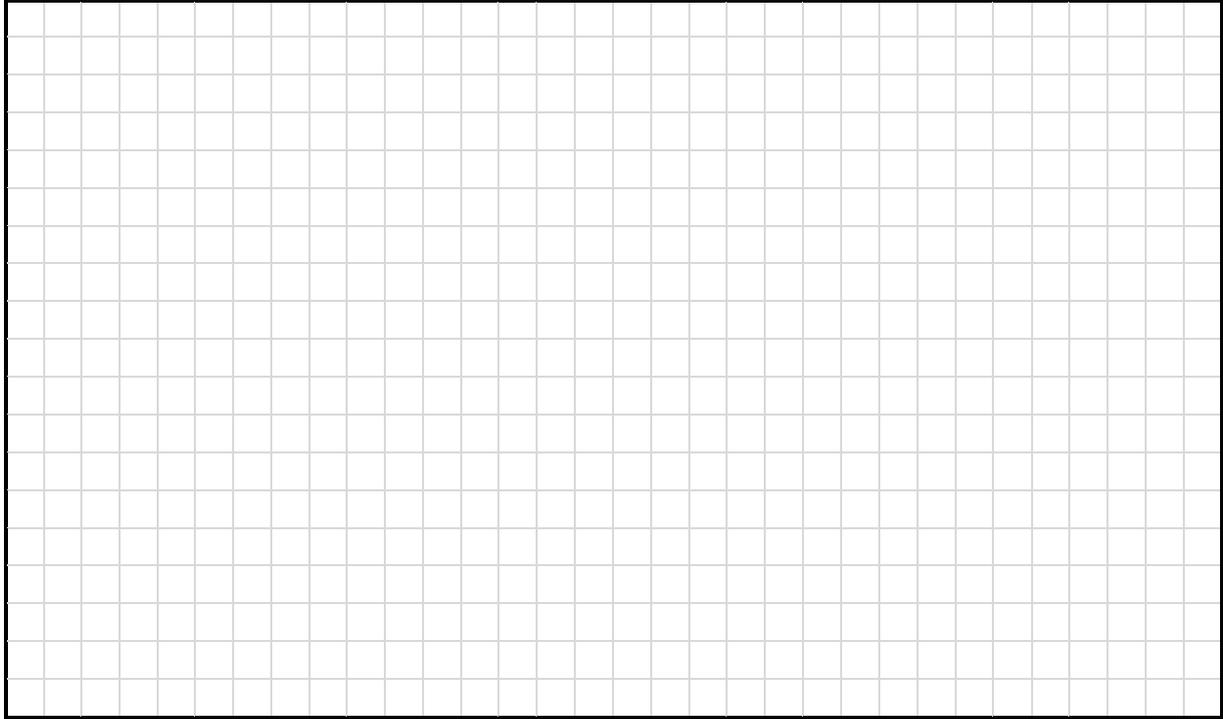
Oskar	Ida	Oskar	Ida	Oskar

- c) Beschreibe Idas Vorgehen, mit dem sie Oskar keine Gewinnchance gelassen hat.

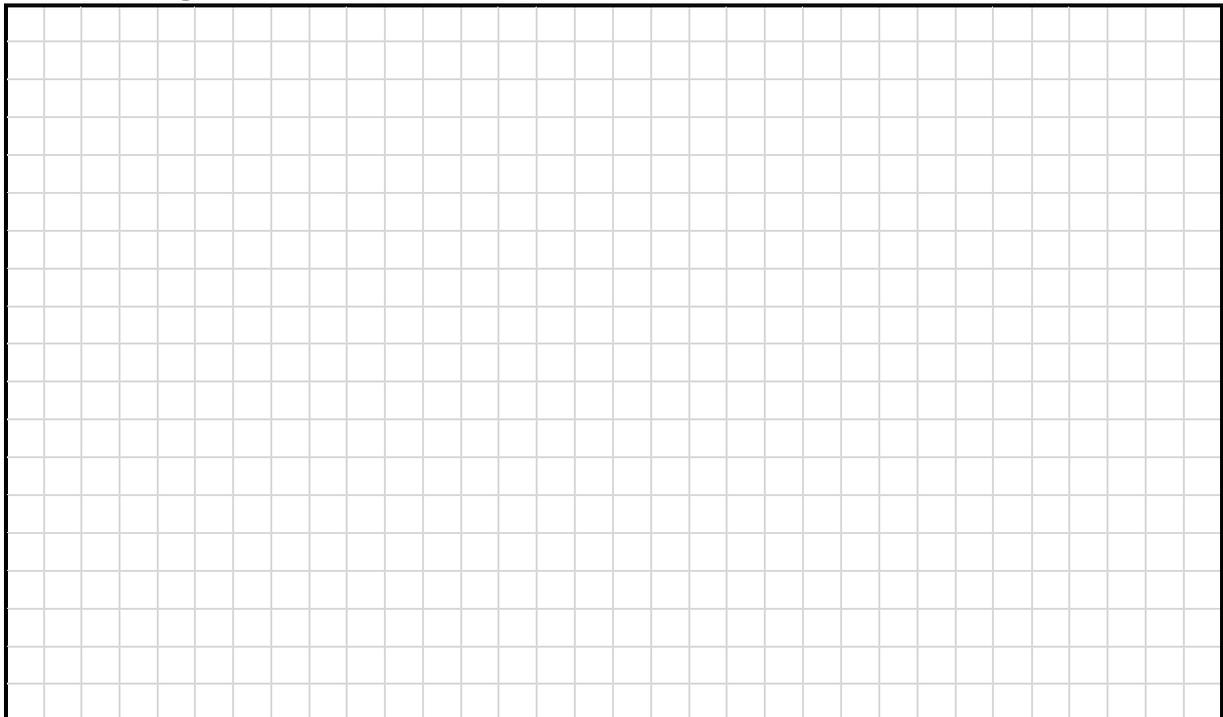
Aufgabe 4 – Buchseiten

In Büchern sind die Seiten fortlaufend nummeriert. Auf die ersten Seiten werden oft keine Seitenzahlen gedruckt. Im Kinderbuch „Fünf Freunde“ von Enid Blyton ist 5 die erste gedruckte Seitenzahl. Für alle gedruckten Seitenzahlen in diesem Buch wurden insgesamt 353 Ziffern benutzt.

- a) Welche Seitenzahl wurde als letzte Seitenzahl in das Buch gedruckt?
Zähle geschickt und schreibe auf, wie du die Anzahl ermittelt hast.



- b) Wie oft wurde die Ziffer 5 beim Drucken der Seitenzahlen verwendet?
Zähle geschickt und schreibe auf, wie du die Anzahl ermittelt hast.



2014 – Lösungen

Aufgabe 1 - Das Theaterstück

(4P)

Die 5. Jahrgangsstufe führte in der Aula der Schule ein Theaterstück auf und hatte dazu Eltern eingeladen.

Es waren genauso viele weibliche wie männliche Zuschauer im Saal.

Die Anzahl der Jungen und Männer war gleich.

Es waren aber doppelt so viele Frauen wie Mädchen da.

In der Aula gibt es 110 Plätze. Davon blieben 14 unbesetzt.

Wie viele Mädchen, Jungen, Frauen und Männer waren zum Theaterstück gekommen? Schreibe auch deine Überlegungen und Rechnungen auf. 2P

Es sind $110 - 14 = 96$ Plätze besetzt.

Also sind $96 : 2 = 48$ weibliche und 48 männliche Personen im Raum.

Es sind $48 : 2 = 24$ Jungen und 24 Männer und 16 Mädchen + $2 \cdot 16 = 32$ Frauen

a) Das Theaterstück war leider sehr langweilig. Aus diesem Grund verließen einige Jungen und genauso viele Mädchen in der Pause den Saal. Danach gab es viermal so viele Frauen wie Mädchen.

Wie viele Stühle blieben nun frei?

Wie viele Frauen, Mädchen, Männer und Jungen blieben jeweils im Saal? 2P

$32 : 4 = 8$, also waren es noch 8 Mädchen. $16 - 8 = 8$ Mädchen und 8 Jungen haben den Saal verlassen. Also waren es noch 16 Jungen, 32 Frauen und 24 Männer.

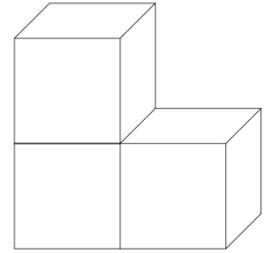
Es sind $110 - 80 = 30$ freie Plätze.

Aufgabe 2 – Erbsenfiguren

(5P)

Anna möchte aus Erbsen und Zahnstochern eine Figur gebaut, die aus 4 Würfeln besteht.

Die Erbsen will sie für die Eckpunkte und die Zahnstocher für die Kanten verwenden.



- a) Wie viele Erbsen braucht sie für die Eckpunkte? 1P

20 Erbsen

- b) Wie viele Zahnstocher brauchte sie für die Kanten? 1P

36 Zahnstocher

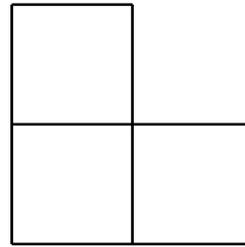
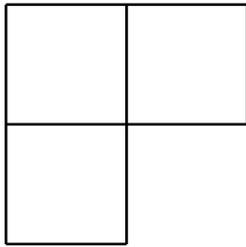
- c) Anna betrachtet die Figur von oben und von vorn Seiten.

Vervollständige die beiden Ansichten

Benutze zum Zeichnen die unteren Flächen.

(1) von oben 1P

(2) von vorn 1P



- d) Anna möchte die Figur so weiterbauen, dass ein Würfel entsteht. Wie viele Erbsen und wie viele Zahnstocher braucht sie noch? 2P

7 Erbsen und 18 Zahnstocher

Aufgabe 3 – Muschelspiel

(6P)

Oskar und Ida haben am Strand sieben Muscheln gefunden und sich ein Spiel ausgedacht. Abwechselnd nehmen sie Muscheln vom Haufen. Wer dran ist, kann entweder eine oder zwei Muscheln wegnehmen. Wer die letzte Muschel nehmen muss, hat verloren und darf beim nächsten Spiel anfangen.

Ein Spiel könnte so aussehen, wenn man aufschreibt, wie viele Steine jeder nimmt:

Ida	Oskar	Ida	Oskar	Ida	Oskar
2	2	1	1	1	–

Antwort: Ida hat nach 5 Zügen verloren.

- a) Zuerst überlegen sie gemeinsam, wie das Spiel mit den wenigsten Zügen aussehen könnte, wenn Ida beginnt. Schreibe wie im Beispiel die Anzahl der genommenen Muscheln in die Tabelle und vervollständige den Antwortsatz: **Tabelle** 1P

Ida	Oskar	Ida	Oskar	Ida	Oskar
2	2	2	1		

Antwort: **Oskar** hat nach **4** Zügen verloren. 1P

- b) Nun spielen sie um den Sieg und Oskar fängt an. Nach fünf Zügen hat er verloren und fängt wieder an. Nach einiger Zeit bemerkt Oskar ärgerlich, dass Ida jedes Spiel nach genau fünf Zügen gewinnt. Ida spielt so, dass Oskar keine Chance zu gewinnen hat – egal, wie viele Muscheln er nimmt.

Schreibe alle Spiele auf, die Oskar nach fünf Zügen **chancenlos** verliert. 2P

Oskar	Ida	Oskar	Ida	Oskar
1	2	1	2	1
1	2	2	1	1
2	1	1	2	1
2	1	2	1	1

- c) Beschreibe Idas Vorgehen, mit dem sie Oskar keine Gewinnchance gelassen hat. 2P

Ida muss immer dafür sorgen, dass bei 2 Zügen zusammen 3 Muscheln gezogen werden. Sie füllt also immer auf 3 auf.

Andere Formulierung: Sie muss dafür sorgen, dass vor Oskar 7, 4 und 1 Muschel liegen und so auf Oskars Zug reagieren.

Oskar muss beginnen.

Aufgabe 4 – Buchseiten

(6P)

In Büchern sind die Seiten fortlaufend nummeriert. Auf die ersten Seiten werden oft keine Seitenzahlen gedruckt, obwohl die Seiten gezählt werden. Im Kinderbuch „Fünf Freunde“ von Enid Blyton ist 5 die erste gedruckte Seitenzahl. Für alle gedruckten Seitenzahlen in diesem Buch wurden insgesamt 353 Ziffern benutzt.

- a) Welche Seitenzahl wurde als letzte Seitenzahl in das Buch gedruckt?
Zähle geschickt und schreibe auf, wie du die Anzahl ermittelt hast.

Seiten 5-9:	5 Ziffern	4P
10-99: $2 \cdot 90$	= 180 Ziffern	
100-199: $3 \cdot 100$	= 300 Ziffern zu viele!!!	Widerspruch zu 353 im Text.
Summe: 353 Ziffern – 185 Ziffern = 168 Ziffern		
168: 3 = 56		
Also 99+56 Seiten = 155		
Letzte Seite: 155		

- b) Wie oft wurde die Ziffer 5 beim Drucken der Seitenzahlen verwendet?
Zähle geschickt und schreibe auf, wie du die Anzahl ermittelt hast.

Achtung, Folgefehler

2P

Einer: 5, 15, 25...95	10 Fünfen
105, 115, 125, 135, 145, 155	6 Fünfen
Zehner: 50, 51...59	10 Fünfen
150...155	6 Fünfen
Summe: 32 Fünfen	

2015 – Aufgaben

Aufgabe 1 Haustiere

Vier Freunde haben je ein Haustier: Einen Hund, eine Katze, einen Fisch und einen Vogel. Die Freunde geben Hinweise zu ihren Haustieren und den Namen.

Trage die richtigen Namen der Haustiere und der Besitzer in die Lösung auf dem Blatt unten ein.



Anna



Carla

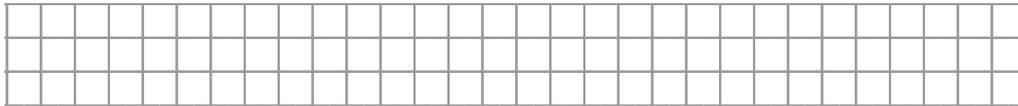
Haustier				
Name des Haustiers				
Name des Kindes				

Aufgabe2 Purzelbaumschlagen

Lutz erzählt seiner Freundin Viola: „Morgen findet ein internationaler Wettkampf im Purzelbaumschlagen statt. Am Start werden die Sportler in einer Reihe stehen. Achte auf den Amerikaner und den Engländer, das sind die Besten. Ich habe erfahren, dass der Amerikaner der sechste von links und der Engländer der achte von rechts sein wird. Zwischen den beiden sollen genau drei Starter stehen.“

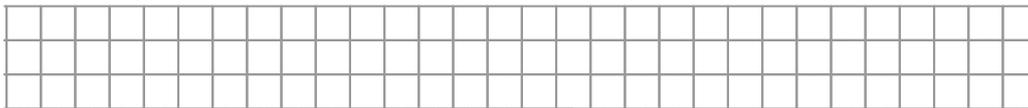
- a) Viola überlegt, wie viele Starter nach diesen Angaben am Start sein könnten und merkt, dass es zwei Möglichkeiten gibt.
Skizziere jeweils die Aufstellungen der Starter in einer Reihe.
Kennzeichne den Amerikaner mit A und den Engländer mit E.

Skizze 1



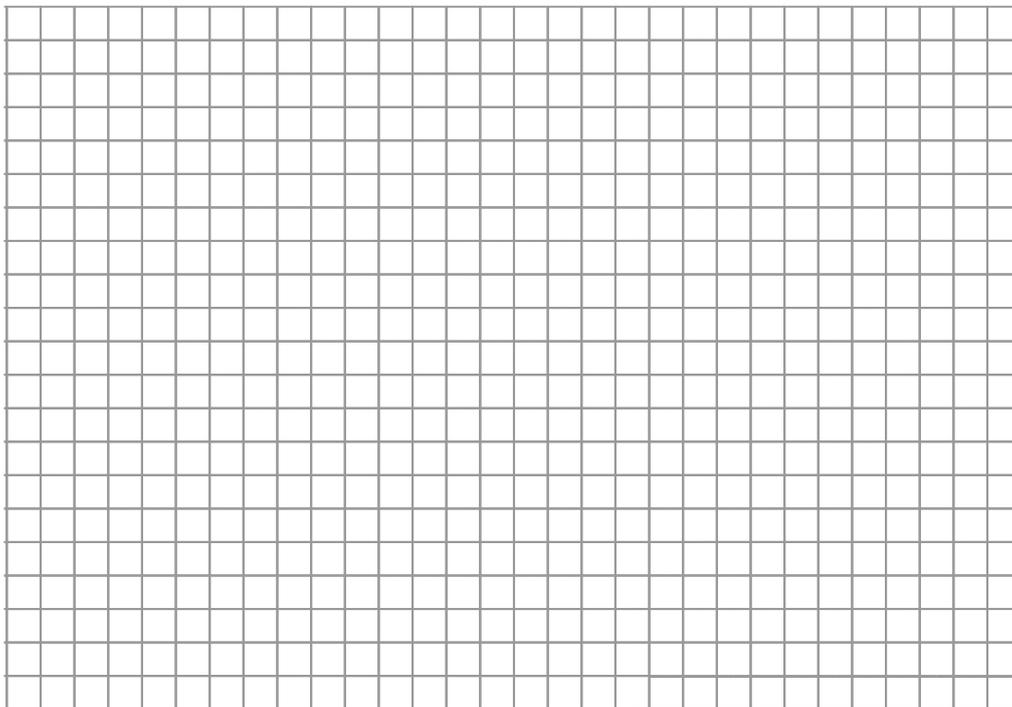
Wie viele Sportler stehen in der Reihe? _____

Skizze 2



Wie viele Sportler stehen in der Reihe? _____

- b) Der Amerikaner hält den Rekord im Purzelbaumschlagen mit 8400 Purzelbäumen. Wie viele Minuten dauerte es, wenn er für zwei Purzelbäume durchschnittlich 5 Sekunden benötigte und nach 50 Purzelbäumen jeweils 2 Minuten Pause machte?



Aufgabe 4 Konfetti

Hans trifft Fritz bei einer eigenartigen Arbeit. Er locht mit einem Locher buntes Papier.

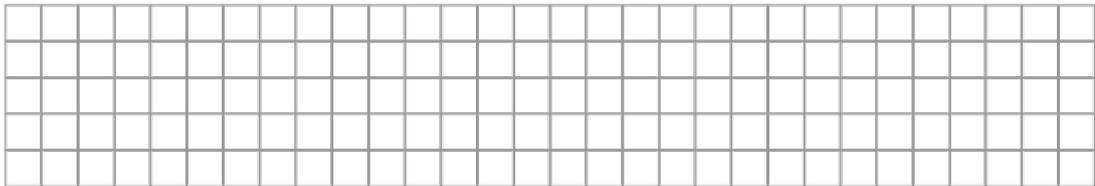
Hans: „Was machst du denn da?“

Fritz: „Konfetti für das Sommerfest.“

Hans: „Das ist ja sehr mühsam.“

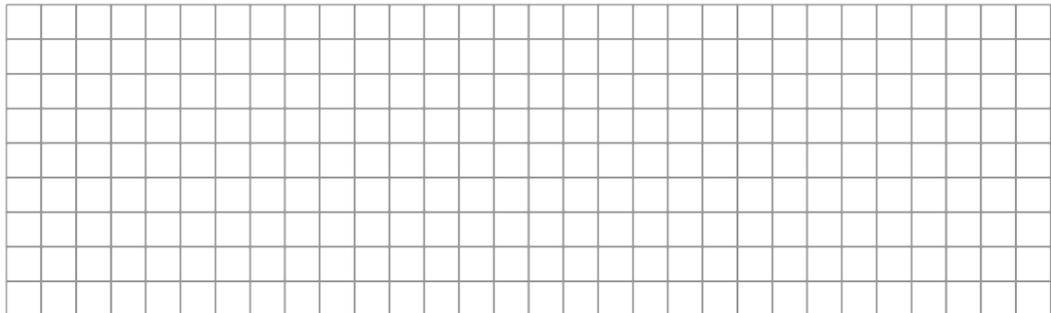
Fritz: „Nein, ich falte ja das Papier vor dem Lochen mehrmals. Dann lege ich es so unter den Locher, dass es an zwei Stellen gleichzeitig gelocht wird.“

- a) Wie viele Konfetti kann man bei dreimaligem Falten mit einem Druck auf den Locher maximal erhalten?

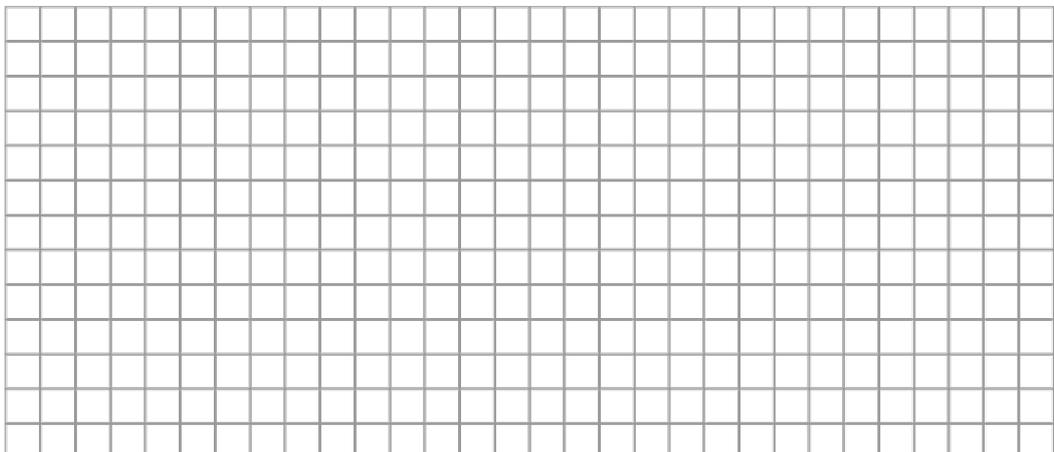


- b) „Falte das Papier doch sechsmal“, meint Hans. Fritz entgegnet: „Ich glaube, dass das sechsmal gefaltete Papier gar nicht mehr in den Locher passt. Schau mal, auf der 5 cm hohen Packung des bunten Papiers steht: Inhalt 500 Stück. Unter den Locher passt höchstens eine Dicke von 2 mm.“

Berechne die Dicke des sechsmal gefalteten Papiers und entscheide, ob es unter den Locher passt.



- c) Bestimme die maximale Anzahl von Faltungen, die möglich ist, damit das gefaltete Papier noch unter den Locher passt.



2015 – Lösungen

Aufgabe Nr. 1 Haustiere

(4 P)

Vier Freunde haben je ein Haustier: Einen Hund, eine Katze, einen Fisch und einen Vogel.

Die Freunde geben Hinweise zu ihren Haustieren und den Namen.

Trage die richtigen Namen der Haustiere und der Besitzer in die Lösung auf dem Blatt unten ein. (je Spalte 1P)



Anna



Ben



David



Carla

Lösung

Haustier				
Name des Haustiers	Schnupp	Goldi	Knöpfchen	Knubberle
Name des Kindes	Carla	David	Ben	Anna

Aufgabe Nr. 2 Purzelbaumschlagen

(6P)

Lutz erzählt seiner Freundin Viola: „Morgen findet ein internationaler Wettkampf im Purzelbaumschlagen statt. Am Start werden die Sportler in einer Reihe stehen.“

Achte auf den Amerikaner und den Engländer, das sind die Besten. Ich habe erfahren, dass der Amerikaner der sechste von links und der Engländer der achte von rechts sein wird. Zwischen den beiden sollen genau drei Starter stehen.“

- a) Viola überlegt, wie viele Starter nach diesen Angaben am Start sein könnten und merkt, dass es zwei Möglichkeiten gibt.
Skizziere jeweils die Aufstellungen der Starter in einer Reihe.
Kennzeichne den Amerikaner mit A und den Engländer mit E.
- b) Der Amerikaner hält den Rekord im Purzelbaumschlagen mit 8400 Purzelbäumen. Wie viele Minuten dauerte es, wenn er für zwei Purzelbäume durchschnittlich 5 Sekunden benötigte und nach 50 Purzelbäumen jeweils 2 Minuten Pause machte?

a)

2P

1. Möglichkeit: **17 Starter**

																
1	2	3	4	5	6A	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

2. Möglichkeit: **9 Starter**

									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

b) **8400 Purzelbäume : 50 – 1 = 168 – 1 Pausen**

167 Pausen à 2 min → 334 min

2 Purzelbäume → 5 s

4200 · 5 s = 21000 s : 60 = 350 min

Pausenzeiten + Purzelbäume 334 min + 350 min = 684 min

4P

Aufgabe Nr. 3 Blumen

(5P)

Bei diesen Blumen sollst du die Zahlen auf den Blütenblättern addieren und multiplizieren, um das Ergebnis in der Mitte zu erhalten.

- Schreibe mögliche Rechenaufgaben auf, die zu den Blumen A und B passen.
- Es gibt eine gemeinsame Rechenvorschrift für die Blumen A und B. Wende die Rechenvorschrift auf Blume C an und bestimme das Ergebnis.
- Gib die gemeinsame Vorschrift zur Berechnung des Ergebnisses in Worten an.

	$7(5 + 2 + 1) = 56$ $(1 + 7)(2 + 5) = 56$	<p>2P</p>
<p>Blume A</p>		
	$8(2 + 3 + 7) = 96$	<p>1P</p>
<p>Blume B</p>		
	$9(3 + 4 + 6) = 117$	<p>1P</p>
<p>Blume C</p>		
<p>Rechenvorschrift in Worten</p>	<p>Produkt aus größter Zahl und Summe aller anderen Zahlen.</p>	<p>1P</p>

Aufgabe Nr. 4 Konfetti

(8P)

Hans trifft Fritz bei einer eigenartigen Arbeit. Er locht mit einem Locher buntes Papier.

Hans: „Was machst du denn da?“

Fritz: „Konfetti für das Sommerfest.“

Hans: „Das ist ja sehr mühsam.“

Fritz: „Nein, ich falte ja das Papier vor dem Lochen mehrmals.“

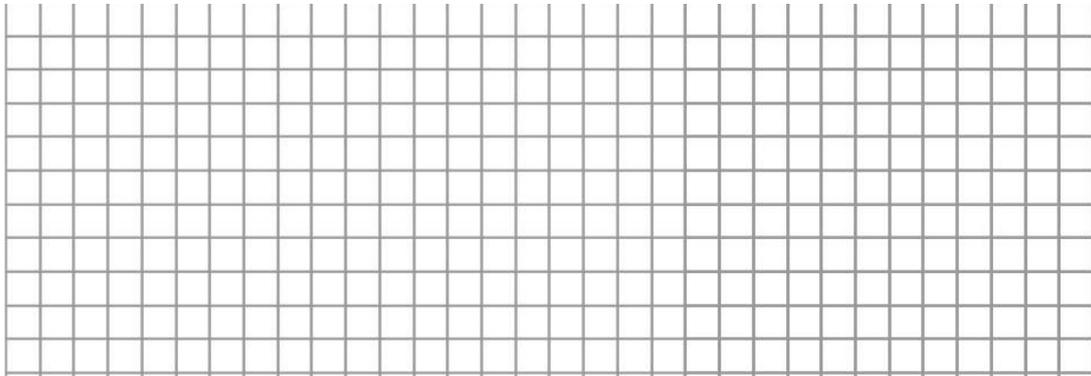
Dann lege ich es so unter den Locher, dass es an zwei Stellen gleichzeitig gelochten wird.

- a) $2 * 2 * 2 = 8$ Bei zwei Stanzen \rightarrow 16 Konfetti 2P
- b) Anzahl der Blätter übereinander $2^6 = 64$
Blattdicke: $5 \text{ cm} : 500 \text{ Stk} = 0,01 \text{ cm} = 0,1 \text{ mm}$
 $64 * 0,1 \text{ mm} = 6,4 \text{ mm}$
Passt nicht, da Locker nur 2 mm hoch ist. 4P
- c) $2^4 = 16$ $16 * 0,1 = 1,6 \text{ mm}$ passt: 4-maliges Falten ist maximal.
 $2^5 = 32$ $32 * 0,1 = 3,2 \text{ mm}$ pass nicht mehr. 2P

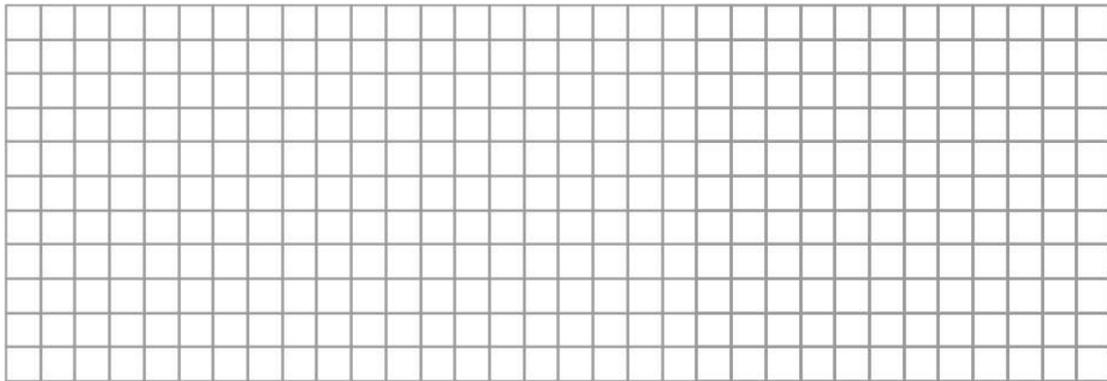
Aufgabe 3: Zahlenriese

Felix denkt sich ein Verfahren aus, um neue Zahlen zu bilden. Dazu schreibt er alle Zahlen von 1 bis zu einer beliebigen Zahl in ihrer Reihenfolge hintereinander auf.

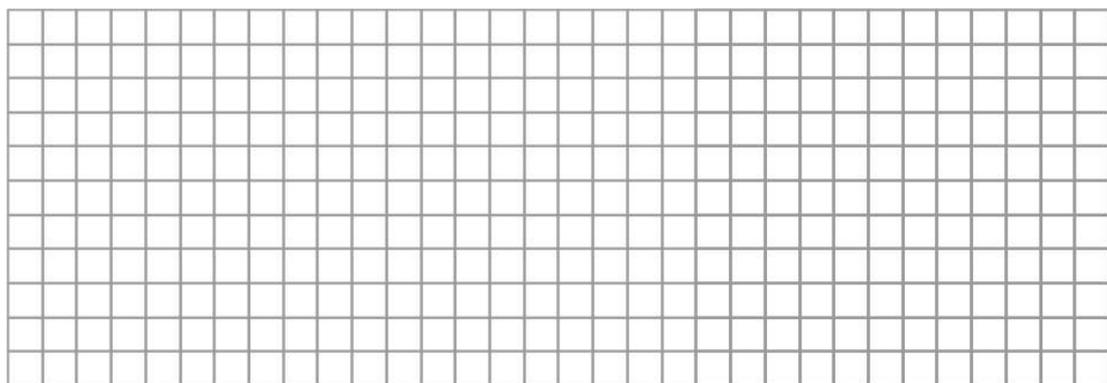
- a) Ermittle die Anzahl der Ziffern der neuen Zahl, wenn er alle Zahlen von 1 bis 20 hintereinander notiert.



- b) Felix streicht jetzt 14 Ziffern aus der neuen Zahl, die aus den Zahlen 1 bis 20 gebildet wurde, heraus. Gib die größte mögliche Zahl an, die auf diese Weise entstehen kann.



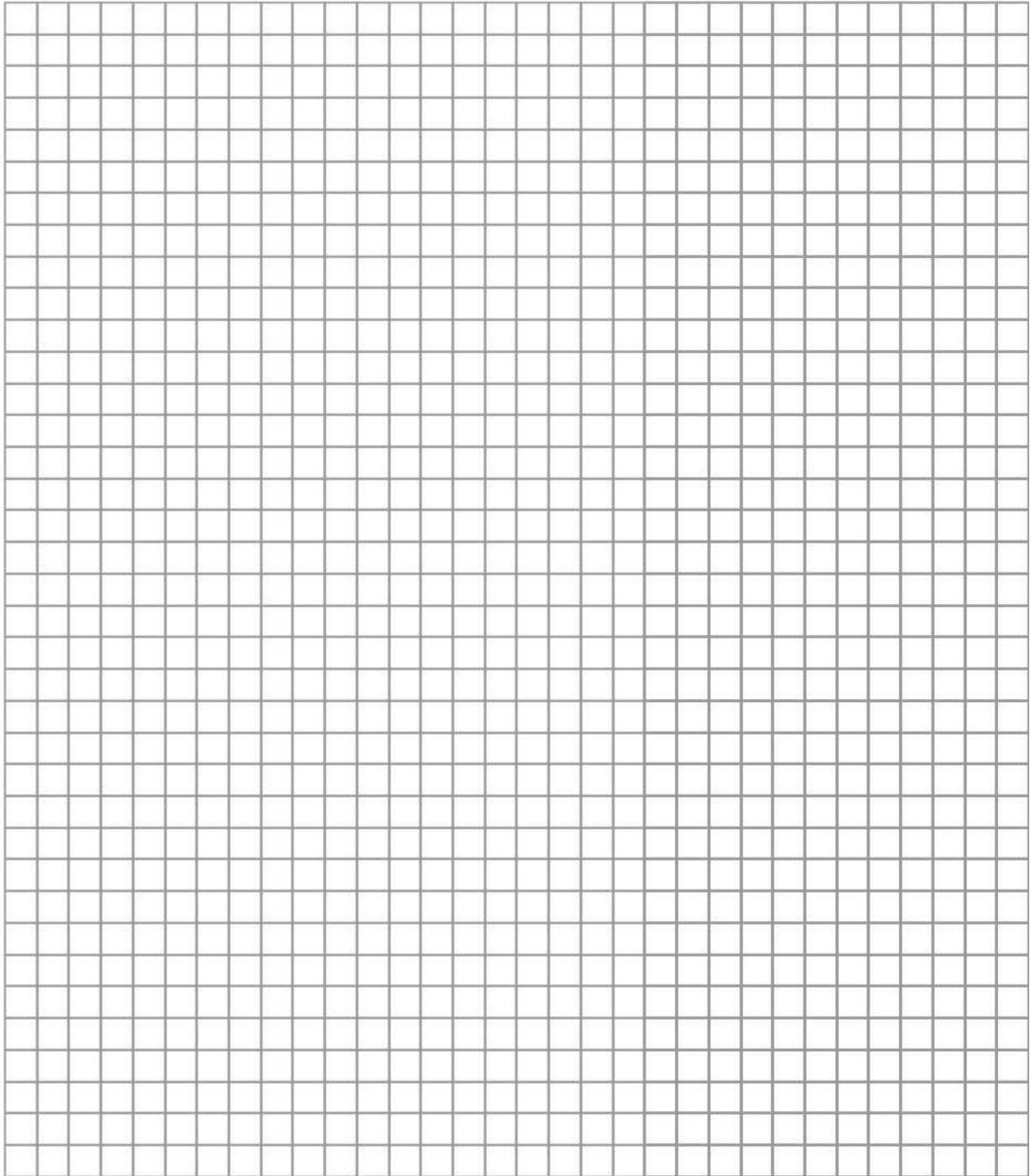
- c) Berechne die Anzahl der Ziffern der neuen Zahl, wenn Felix alle Zahlen von 1 bis 100 hintereinander notiert. Schreibe auch den Rechenweg auf.



Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

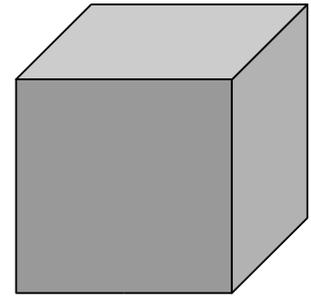
- d) Aus der durch die Zahlen 1 bis 100 gebildeten neuen Zahl (siehe Aufgabe c) streicht Felix 50 Ziffern heraus, um die größtmögliche Zahl zu erhalten.

Nenne die ersten 11 Ziffern der übrig bleibenden großen Zahl.

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their answer.

Aufgabe 4: Würfecken

Felix sieht im Schaufenster eines Spielzeugladens einen Holz-Würfel und überlegt, was man mit dem Würfel alles anstellen könnte.



Beantworte seine Fragen.

- a) Wie viele Ecken hat ein Würfel?

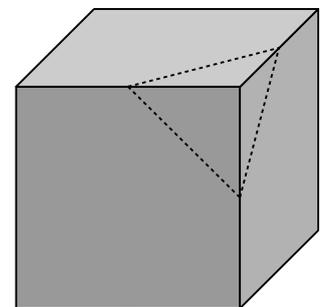
Zahl der Ecken: _____

- b) Ein rechteckiges Stück Buntpapier soll so zugeschnitten werden, dass es in einem Stück auf den gesamten Würfel geklebt werden kann.

Zeichne eine Möglichkeit, wie das Blatt zugeschnitten werden kann.

Zum Probieren	Deine Lösung
	

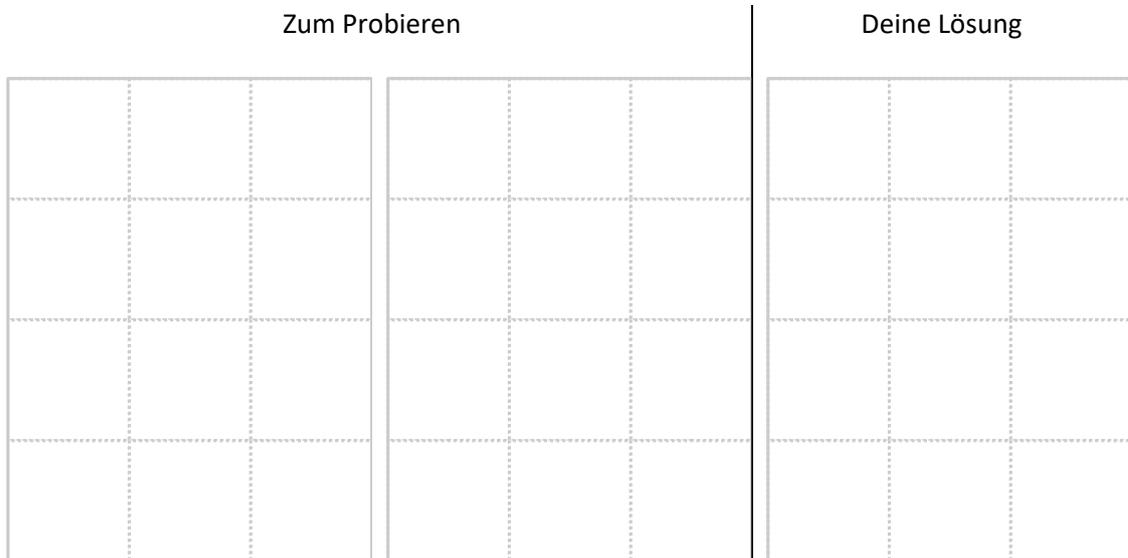
- c) Felix stellt sich vor, von dem Würfel eine Ecke so abzuschneiden, dass die Schnittkanten genau durch die Mittelpunkte der Würfelkanten gehen.
Wie viele Ecken hat der verbleibende große Teil des Würfels?



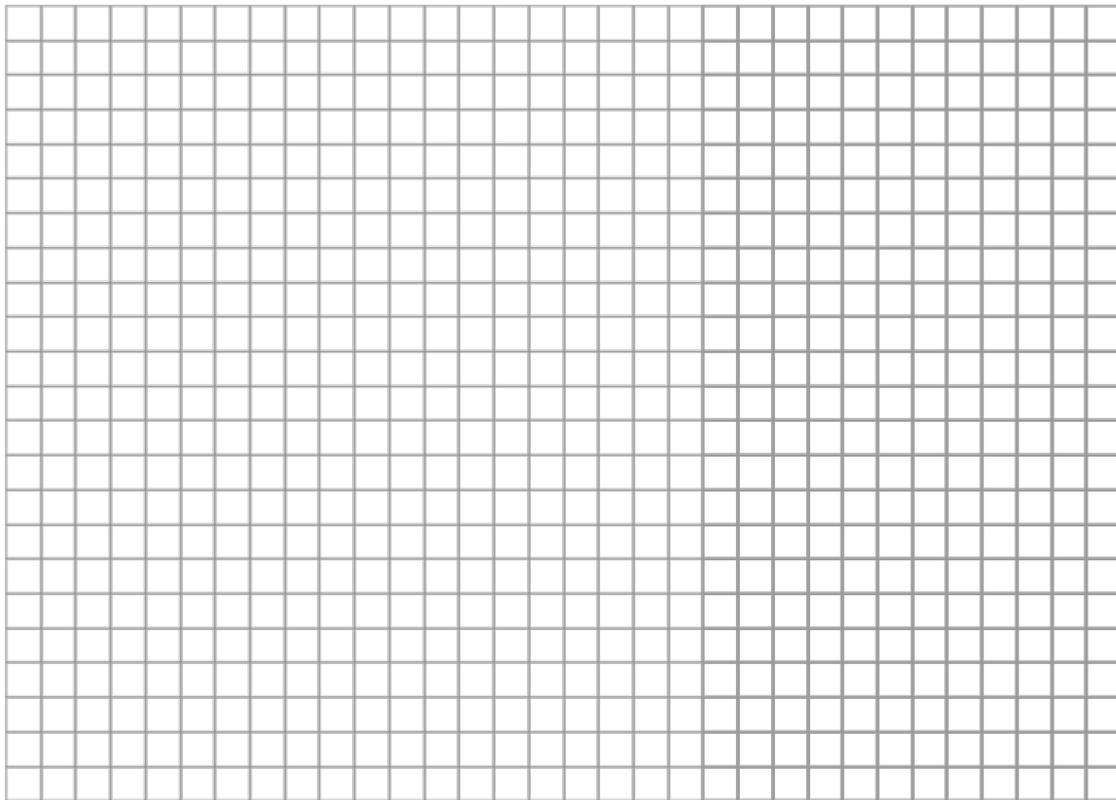
Zahl der Ecken: _____

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

- d) Felix möchte auch den verbleibenden großen Teil des Würfels mit einem einzigen Stück Papier vollständig bekleben.
Finde eine Möglichkeit für das Zuschneiden des Papiers.



- e) Nun möchte Felix alle Ecken des Würfels auf die gleiche Weise wie die erste Ecke absägen.
Wie viele Ecken hat der Restkörper?



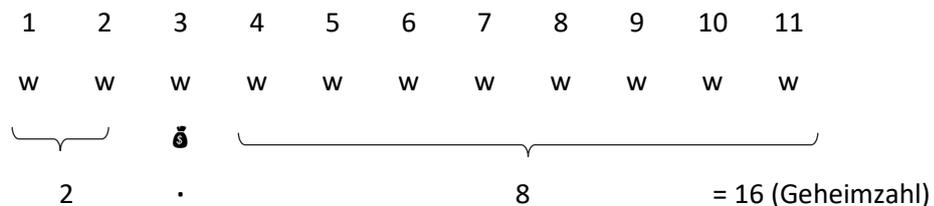
2016 – Lösungen

Aufgabe 1: Schatzsuche

(7P)

Im Zauberwald stehen 11 Bäume in einer Reihe. Ein Zwerg will unter einem der Bäume einen Schatz verstecken. Er hat sich einen Trick ausgedacht, um sich an die Lage des Schatzes erinnern zu können, ohne die Nummer des Baums direkt aufzuschreiben: Die Anzahl der Bäume links vom Schatz wird mit der Anzahl der Bäume rechts vom Schatz multipliziert. Das Produkt der Zahlen ist die Geheimzahl.

Beispiel: Wenn der Schatz unter Baum 3 liegt, ist die Geheimzahl des Zwergs 16.



- a) Unter welchen Bäumen könnte der Schatz liegen, wenn die Geheimzahl 9 ist? Begründe!

Baum 2 (1·9) oder 10 (9·1)

2P

- b) Der Schatz liegt unter dem Baum mit der höchsten möglichen Geheimzahl.
Unter welchem Baum liegt der Schatz? Nenne seine Geheimzahl.

Baum 6 (5·5 = 25), Produkte werden zu den Seiten hin kleiner.

2P

- c) Für welchen Baum gilt: Die Geheimzahl des Baumes ist um 4 kleiner als die Geheimzahl seines übernächsten Nachbarn? Gib eine Möglichkeit an und begründe diese.

Baum 8 oder 4 (Baum 8 bzw. 4: 3·7 = 21, Baum 6: 5·5 = 25) (Baum 1P, Begründung 2P)

Aufgabe 2: Klassensprecher

(5P)

Die Klassensprecher und deren Stellvertreter von drei fünften Klassen beraten ein gemeinsames Arbeitsvorhaben.

Wir wissen von ihnen Folgendes:

- Ist der Klassensprecher ein Mädchen, dann ist der Stellvertreter ein Junge – oder umgekehrt.
- Zur Beratung sitzen die Klassensprecher und Stellvertreter an einem runden Tisch, aber in keinem Fall sitzen Klassensprecher und Stellvertreter aus einer Klasse nebeneinander.
- Paul sitzt Max gegenüber.
- Hanna und Max sind Susis Platznachbarn.
- Karolin und Paul sind nicht in der gleichen Klasse.
- Lukas wird mit der Leitung der Beratung beauftragt.

a) Wie würde eine mögliche Sitzordnung aussehen? Beschrifte die Skizze mit den Namen.

Paul-Hanna-Susi-Max-Lukas-Karolin

3P

b) Welche beiden Schüler kommen jeweils aus einer Klasse?

Susi/Paul; Hanna/Lukas; Max/Carolin

2P

Aufgabe 3: Zahlenriese

(7P)

Felix denkt sich ein Verfahren aus, um neue Zahlen zu bilden. Dazu schreibt er alle Zahlen von 1 bis zu einer beliebigen Zahl in ihrer Reihenfolge hintereinander auf.

- a) Ermittle die Anzahl der Ziffern der neuen Zahl, wenn er alle Zahlen von 1 bis 20 hintereinander notiert.

31 Ziffern

1P

- b) Felix streicht jetzt 14 Ziffern aus der neuen Zahl, die aus den Zahlen 1 bis 20 gebildet wurde, heraus. Gib die größte mögliche Zahl an, die auf diese Weise entstehen kann.

92314151617181920

2P

- c) Berechne die Anzahl der Ziffern der neuen Zahl, wenn Felix alle Zahlen von 1 bis 100 hintereinander notiert. Schreibe auch den Rechenweg auf.

$$9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 192$$

2P

- d) Aus der durch die Zahlen 1 bis 100 gebildeten neuen Zahl (siehe Aufgabe c) streicht Felix 50 Ziffern heraus, um die größtmögliche Zahl zu erhalten.

Nenne die ersten 11 Ziffern der übrig bleibenden großen Zahl.

99933333435

2P

Aufgabe 4: Würfecken

(7P)

Felix sieht im Schaufenster eines Spielzeugladens einen Holz-Würfel und überlegt, was man mit dem Würfel alles anstellen könnte.

Beantworte seine Fragen.

- a) Wie viele Ecken hat ein Würfel?

Zahl der Ecken: **8 Ecken** 1P

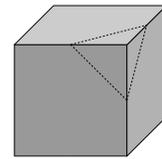
- b) Ein rechteckiges Stück Buntpapier soll so zugeschnitten werden, dass es in einem Stück auf den gesamten Würfel geklebt werden kann.

Zeichne eine Möglichkeit, wie das Blatt zugeschnitten werden kann.

1 beliebiges Würfelnetz 1P

- c) Felix stellt sich vor, von dem Würfel eine Ecke so abzuschneiden, dass die Schnittkanten genau durch die Mittelpunkte der Würfelkanten gehen.

Wie viele Ecken hat der verbleibende große Teil des Würfels?



Zahl der Ecken: **10 Ecken** 1P

- d) Felix möchte auch den verbleibenden großen Teil des Würfels mit einem einzigen Stück Papier vollständig bekleben.

Finde eine Möglichkeit für das Zuschneiden des Papiers.

Netz mit fehlender Ecke 2P

- e) Nun möchte Felix alle Ecken des Würfels auf die gleiche Weise wie die erste Ecke absägen. Wie viele Ecken hat der Restkörper?

12 Ecken 1P

2017 – Aufgaben

Aufgabe 1: Muster

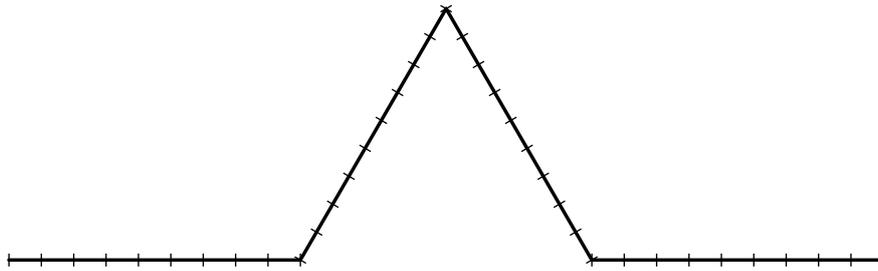
Anna denkt sich gerne neue Muster aus.

Sie zeichnet im ersten Schritt eine 27 cm lange Strecke.



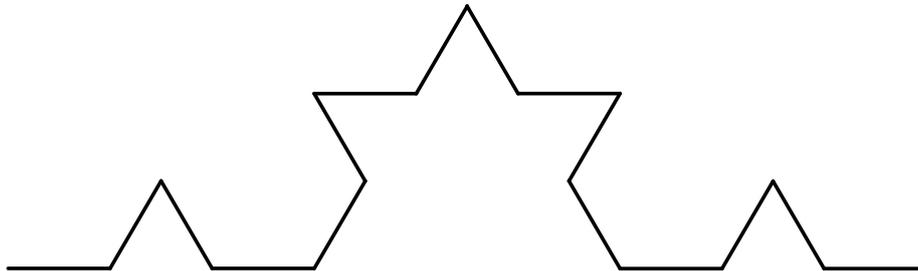
Diese teilt sie im zweiten Schritt in drei gleich große Teile. Sie entfernt die mittlere Teilstrecke und zeichnet an diese Stelle eine Ecke mit den gleichen Seitenlängen.

Durch dieses Verfahren erhält sie den folgenden Streckenzug:



Dieser Streckenzug besteht aus 4 Teilstrecken. Jede Teilstrecke ist 9 cm lang. Der ganze Streckenzug ist jetzt 36 cm lang.

Dieses Vorgehen wiederholt sie im dritten Schritt für jede der 4 neuen Teilstrecken.



- a) Trage in die Tabelle ein, wie viele Teilstrecken der in Schritt 3 entstandene Streckenzug hat und wie lang jede Teilstrecke und der gesamte Streckenzug sind.
- b) Anna wiederholt diesen Vorgang noch einmal.
Trage in der Tabelle die entsprechenden Werte für Schritt 4 ein.

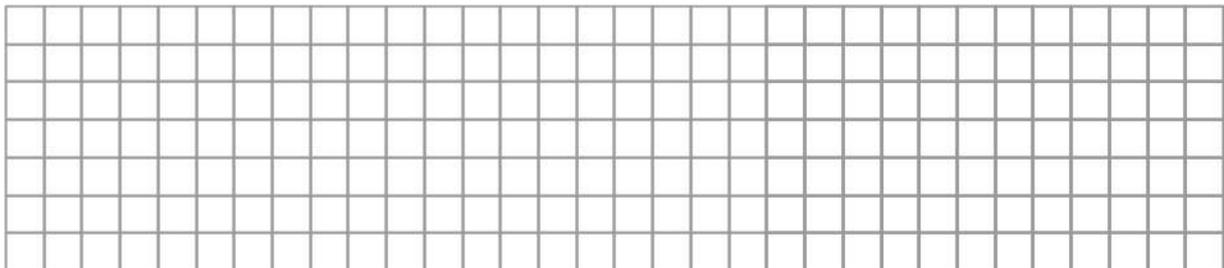
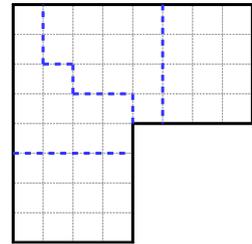
Schritt	Länge einer Teilstrecke	Anzahl der Teilstrecken	Gesamtlänge des Streckenzugs
1	27 cm	1	27 cm
2	9 cm	4	36 cm
3			
4			

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

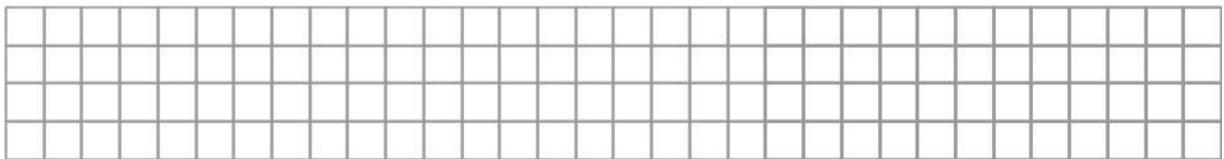
Aufgabe 2: Feld und Garten

Ein Bauer besitzt ein Feld und einen Obstgarten. Er möchte in den Ruhestand gehen und seinen Besitz gerecht an seine vier Kinder verteilen.

- a) Er hat sein sechseckiges Feld verkleinert aufgezeichnet und mit einem Raster aus gleich großen Quadraten versehen, um es besser teilen zu können. Er überlegt sich eine Möglichkeit, das Feld zu teilen und zeichnet Grenzen in die Zeichnung ein.
Begründe, warum die Aufteilung trotz der unterschiedlichen Formen der Teilfelder gerecht ist.

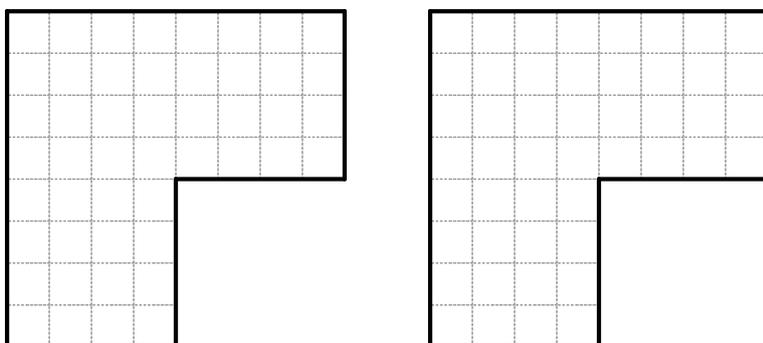


- b) Ein Kästchen hat in Wirklichkeit eine Länge von 200 m.
Bestimme die Zaunlänge für die Aufteilung des Feldes in Aufgabe a).

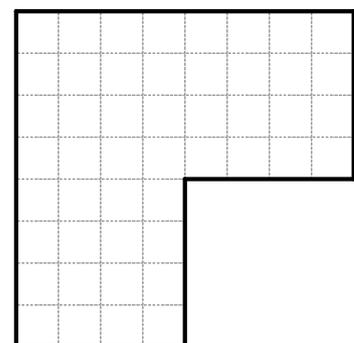


- c) Der Bauer überlegt, ob er das Feld mit noch weniger Zaun in vier gleich große Teile zerlegen kann.
Finde eine Möglichkeit und zeichne den Zaun ein.
Gib die Zaunlänge an.

Zum Probieren



Deine Lösung

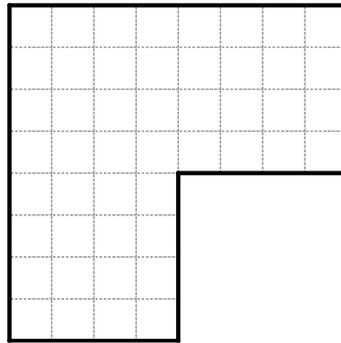
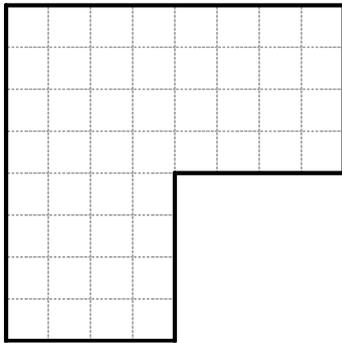


Länge des Zauns in m:

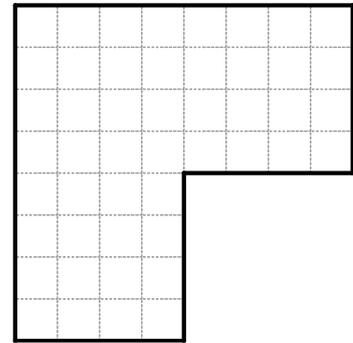
Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

- d) Die vier Kinder finden es besser, wenn er das Feld nicht nur gerecht teilt, sondern auch alle Teilfelder die gleiche Form haben.
 Finde eine Möglichkeit, das Feld in vier Teilfelder mit der gleichen Form und Größe aufzuteilen und zeichne deine Lösung in die Zeichnung ein.

Zum Probieren



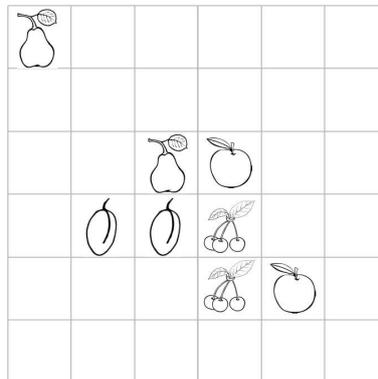
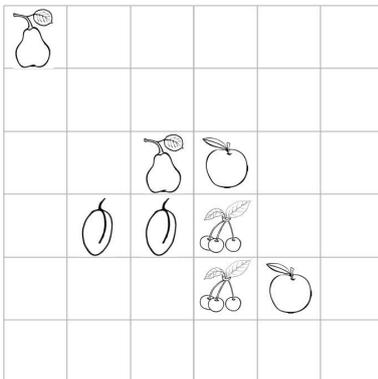
Deine Lösung



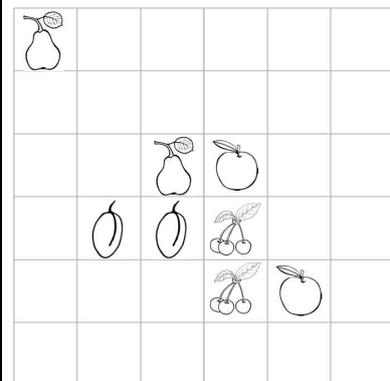
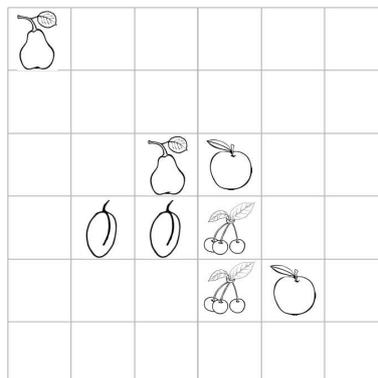
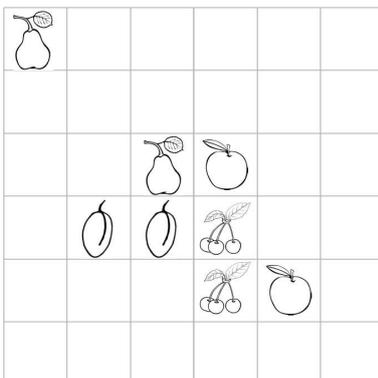
- e) Als nächstes soll die Streuobstwiese aufgeteilt werden. Jedes Kind mag aber nur eine einzige der vier Obstsorten Apfel, Birne, Kirsche und Pflaume. Deshalb soll die Streuobstwiese restlos so auf die Kinder aufgeteilt werden, dass jedes Teilgebiet nur eine Sorte Obstbäume enthält. Jedes Kind soll ein Teilgebiet der gleichen Form und der gleichen Größe bekommen.

Finde eine Lösung und zeichne die Grenzen in die Zeichnung ein.

Zum Probieren



Deine Lösung



- c) Die größte in Aufgabe b) zu erreichende Summe der Unterschiede ist 32. Vielleicht hast du sogar eine solche Möglichkeit gefunden. (Wenn nicht, macht das überhaupt nichts.)

Paula möchte wissen, wie sich die Summe der Unterschiede verändert, wenn man anstelle der Zahlen **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8** andere Zahlen auf der Scheibe verteilt und denkt sich zwei Beispiele aus.

Gib für die Zahlen aus den Beispielen jeweils die größte Summe der Unterschiede an.

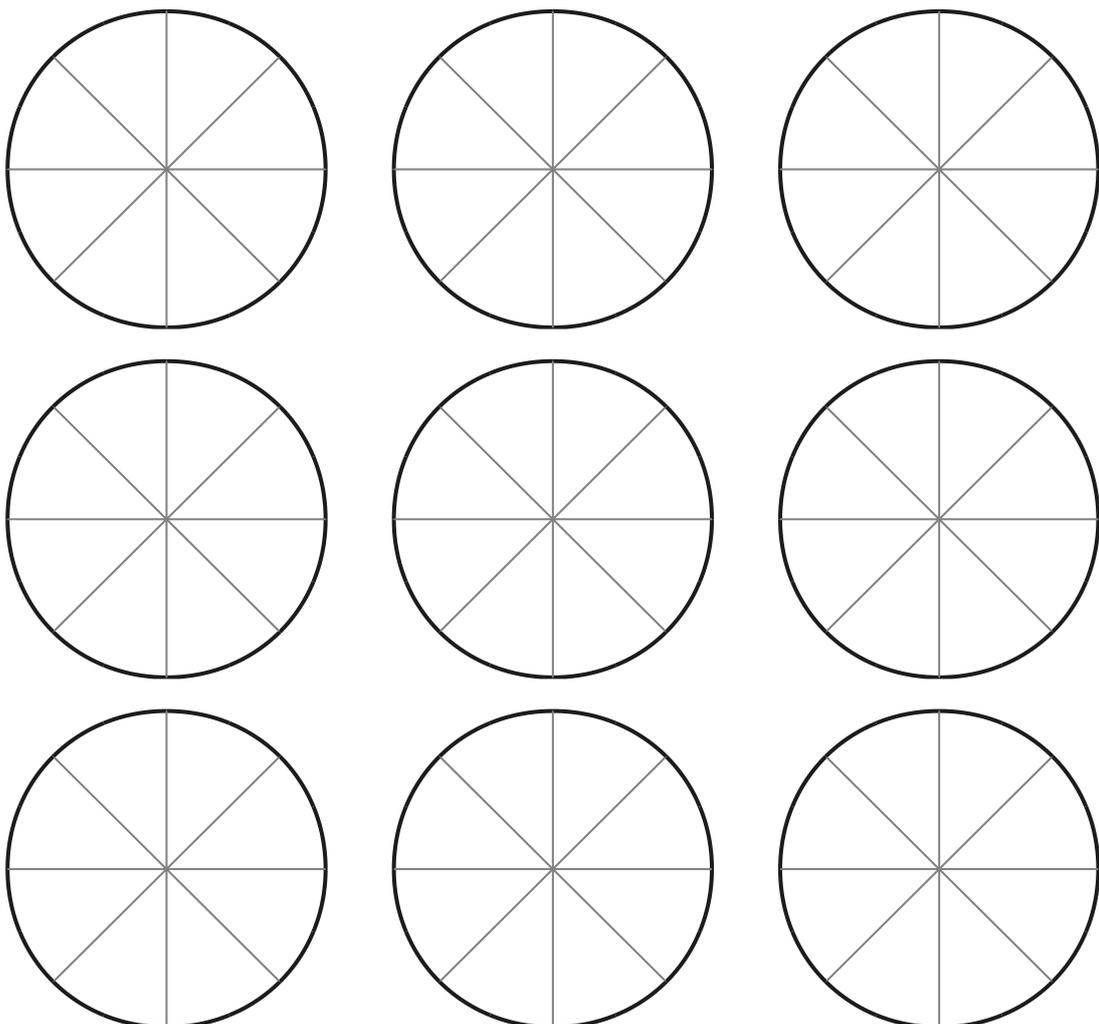
Beispiel 1: Auf der Zielscheibe sind die Zahlen **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9** verteilt.

Die größtmögliche Summe der Unterschiede ist: _____ .

Beispiel 2: Auf der Zielscheibe sind die Zahlen **2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 und 16** verteilt.

Die größtmögliche Summe der Unterschiede ist: _____ .

Zielscheiben zum Probieren für Aufgabe 3



Aufgabe 4: Zahlenspiele

Ein römisches Kind legte mit Hölzchen folgende fehlerhafte Aufgaben.

$$\text{VII} + \text{IV} = \text{II}$$

$$\text{XI} + \text{I} = \text{X}$$

- a) Addiere die beiden Zahlen der rechten Seiten (die falschen Ergebnisse) und du erhältst das Jahrhundert, in dem die römischen Zahlen von den heute verwendeten arabischen Zahlen abgelöst wurden.

Antwort: Das war im _____ Jahrhundert.

- b) Lege in jeder Aufgabe jeweils ein Hölzchen so um, dass richtige Aufgaben entstehen und zeichne das Ergebnis auf.

Erste Aufgabe

Zweite Aufgabe

- c) Emma hat sich mit den heute verwendeten arabischen Ziffern vier Aufgaben überlegt. Die Ergebnisse der Aufgaben ergeben nacheinander gelesen die heutige Jahreszahl.

Leider fehlen bei drei Aufgaben die Zeichen zwischen den Ziffern.

Ergänze die Aufgaben so, dass eine richtige Rechnung entsteht. Du kannst Rechenzeichen und Klammern benutzen. Die erste Aufgabe dient als Beispiel.

$$1 + 3 : (5 + 7 - 9) = 2$$

$$1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 = 0$$

$$1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 = 1$$

$$1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 = 7$$

2017 – Lösungen

Aufgabe 1: Muster

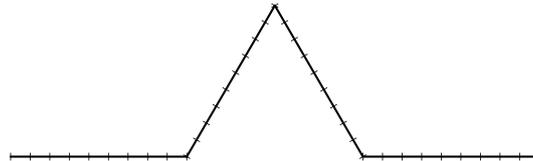
(6P)

Anna denkt sich gerne neue Muster aus.

Sie zeichnet im ersten Schritt eine 27 cm lange Strecke.

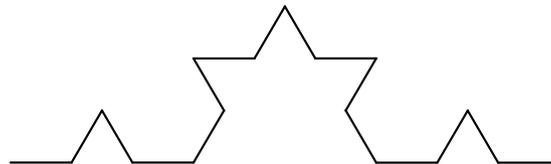


Diese teilt sie im zweiten Schritt in drei Teile. Sie entfernt die mittlere Strecke und zeichnet an diese Stelle eine Ecke mit den gleichen Seitenlängen.



Dieser zweite Streckenzug besteht aus 4 Teilstrecken. Jede Teilstrecke ist 9 cm lang. Der ganze Streckenzug ist jetzt 36 cm lang.

Das wiederholt sie im dritten Schritt für jede der 4 neuen Teilstrecken.



- a) Trage in die Tabelle ein, wie viele Teilstrecken der neue Streckenzug hat und wie lang jede Teilstrecke und der gesamte Streckenzug sind.
- b) Gib in der Tabelle die Anzahl der Teilstrecken, ihre Länge und die Länge des gesamten Streckenzuges an, wenn Anna diesen Vorgang der Zerlegung im vierten Schritt wiederholt.

Schritt	Länge einer Teilstrecke	Anzahl der Teilstrecken	Gesamtlänge des Streckenzugs
1	27 cm	1	27 cm
2	9 cm	4	36 cm
3	3	16	48
4	1	64	64

Für jeder richtige Zahl ½ P

3P

- c) Beschreibe, wie man immer die Länge der Teilstrecken, die Anzahl der Teilstrecken und die Länge des Streckenzuges für den nächsten Streckenzug berechnen kann, wenn man diese Angaben vom vorherigen Streckenzug hat.

3P

Länge einer Teilstrecke: $n_1 = n : 3$ (Beschreibung in Worten)

Anzahl der Teilstrecken: $n_1 = 4 n$ (Beschreibung)

Gesamtlänge des Streckenzugs:

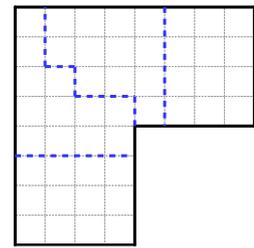
Produkt aus Länge der Teilstrecken und Anzahl der Teilstrecken

Aufgabe 2: Feld und Garten

(5 P)

Ein Bauer besitzt ein Feld und einen Obstgarten. Er möchte in den Ruhestand gehen und seinen Besitz gerecht an seine vier Kinder verteilen.

- a) Er hat sein sechseckiges Feld verkleinert aufgezeichnet und mit einem Raster aus gleich großen Quadraten versehen, um es besser teilen zu können. Er überlegt sich eine Möglichkeit, das Feld zu teilen und zeichnet Grenzen in die Zeichnung ein. Begründe, warum die Aufteilung trotz der unterschiedlichen Formen der Teilfelder gerecht ist.



1P

Weil jedes Feld aus 12 gleich großen Quadraten besteht.

- b) Ein Kästchen hat in Wirklichkeit eine Länge von 200 m. Bestimme die Zaunlänge für die Aufteilung des Feldes in Aufgabe a).

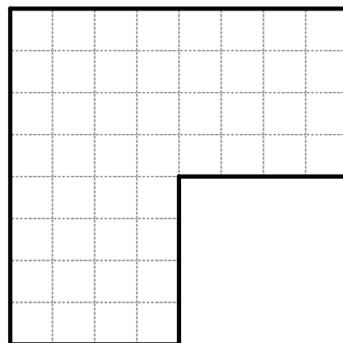
$$15 \cdot 200 \text{ m} = 3000 \text{ m}$$

1P

- c) Der Bauer überlegt, ob er das Feld mit noch weniger Zaun in vier gleich große Teile zerlegen kann.

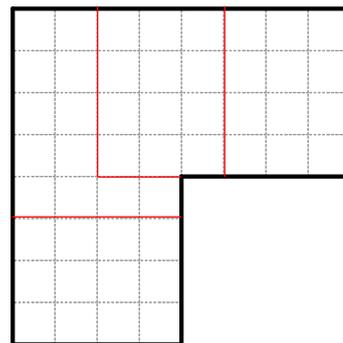
Finde eine Möglichkeit und zeichne den Zaun ein. Gib die Zaunlänge an.

Zum Probieren



Deine Lösung

1P

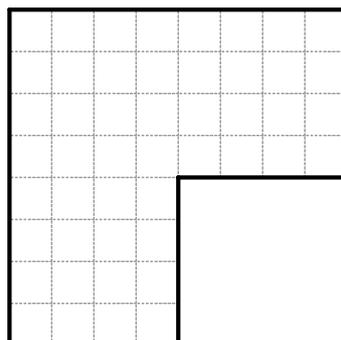
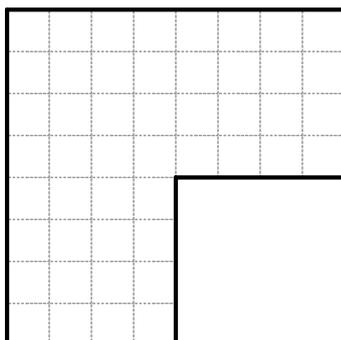


Länge des Zauns in m:

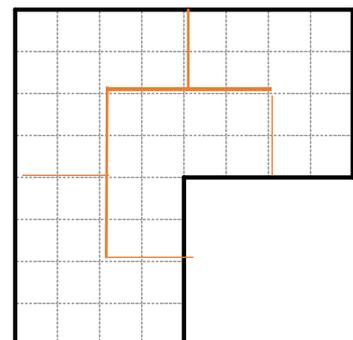
$$14 \cdot 200 \text{ m} = 2800 \text{ m}$$

- d) Die vier Kinder finden es besser, wenn er das Feld nicht nur gerecht teilt, sondern auch alle Teilfelder die gleiche Form haben. Finde eine Möglichkeit, das Feld in vier Teilfelder mit der gleichen Form und Größe aufzuteilen und zeichne deine Lösung in die Zeichnung ein.

Zum Probieren

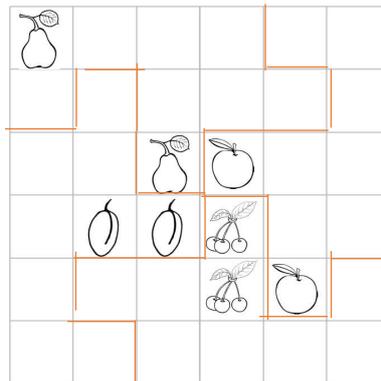
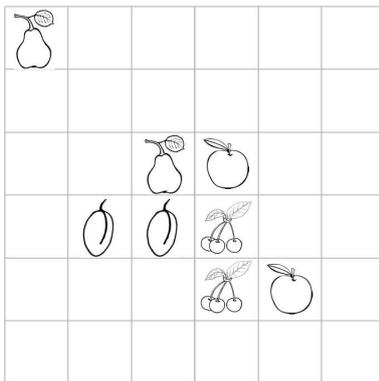


Deine Lösung 1P

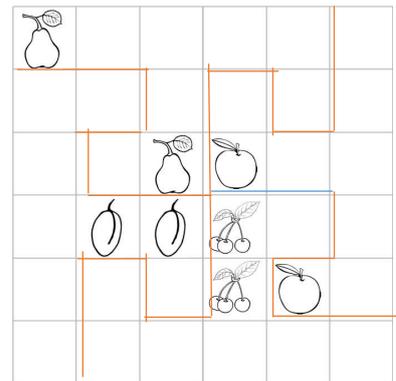


- e) Als nächstes soll die Streuobstwiese aufgeteilt werden. Da diese quadratisch ist, denkt der Bauer zuerst: „Das ist eine einfache Aufgabe!“ Dann fällt ihm jedoch ein, dass jedes Kind nur eine Obstsorte mag: Karl mag Kirschen, Paul mag nur Pflaumen, Britta mag nur Birnen und Adam mag nur Äpfel.
 Finde eine Möglichkeit, die gesamte Streuobstwiese so aufzuteilen, dass jedes Teilgebiet die gleiche Form und die gleiche Größe hat und nur eine Sorte von Obstbäumen enthält. **1P**

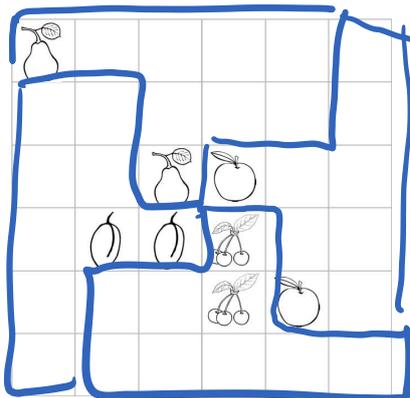
Lösung 1



Lösung 2



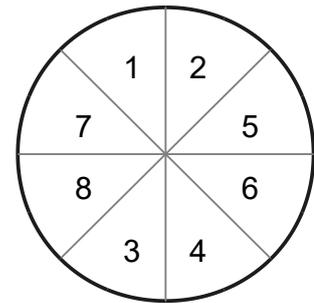
Lösung 3



Aufgabe 3: Zielscheibe

(5P)

Die Zielscheibe eines Würfelspiels ist die abgebildete Scheibe, die aus 8 gleich großen Teilen besteht. Darauf sind die Zahlen von 1 bis 8 verteilt. Wenn man eine kleine Zahl trifft, soll man sich zusätzlich darüber ärgern, dass die benachbarten Zahlen jeweils deutlich größer als die getroffene Zahl sind. Die Differenz zwischen zwei benachbarten Zahlen soll also möglichst groß sein.



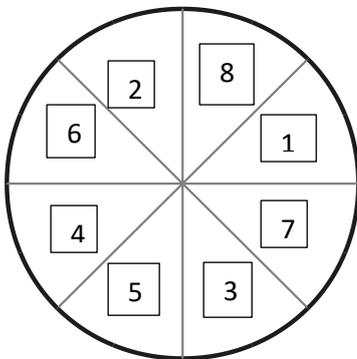
1P

- a) Berechne die Summe aller Differenzen benachbarter Zahlen auf der abgebildeten Zielscheibe.

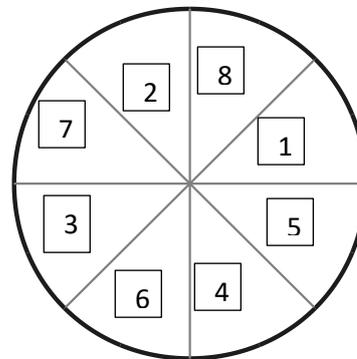
Summe der Differenzen beträgt 20

- b) Skizziere zwei andere Varianten für die Zielscheibe, bei der die Summe aller Differenzen größer ist als bei der abgebildeten Scheibe. Gib für deine Scheiben die Summen an. Auf der Rückseite findest Du Zielscheiben zum Probieren.

2P



Summe der Differenzen: **32**



Summe der Differenzen: **32**

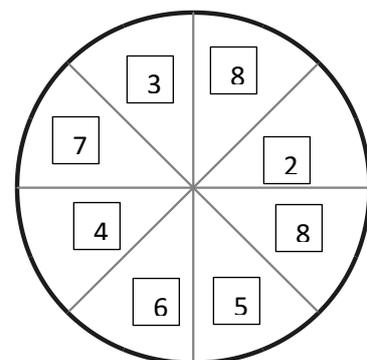
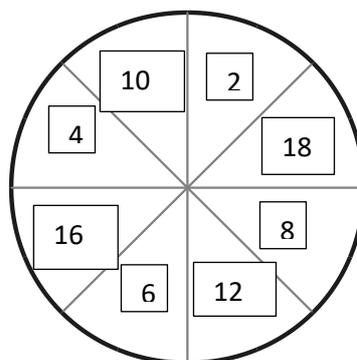
- c) Die größte in Aufgabe b) zu erreichende Summe der Differenzen ist 32. Vielleicht hast Du sogar eine solche Möglichkeit gefunden. (Wenn nicht, macht das überhaupt nichts.) Paula möchte wissen, wie sich die Summe der Differenzen verändert, wenn man anstelle der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8 andere Zahlen nimmt und denkt sich die Beispiele c1 und c2 aus.

2P

Gib für die Zahlen aus den Beispielen c1 und c2 jeweils die größte Summe der Differenzen an.

c1) Die größtmögliche Summe der Differenzen aus 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ist **32**.

c2) Die größtmögliche Summe der Differenzen aus 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 ist **64**.



Aufgabe 4: Zahlenspiele

(6P)

Ein römisches Kind legte mit Hölzchen folgende fehlerhafte Aufgaben.

$$\text{VII} + \text{IV} = \text{II}$$

$$\text{XI} + \text{I} = \text{X}$$

- a) Addiere die beiden Zahlen der rechten Seiten (die falschen Ergebnisse) und du erhältst das Jahrhundert, in dem die römischen Zahlen von den heute verwendeten arabischen Zahlen abgelöst wurden.

Antwort: Das war im **12.** Jahrhundert.

1P

- b) Lege in jeder Aufgabe jeweils ein Hölzchen so um, dass richtige Aufgaben entstehen und zeichne das Ergebnis auf.

2P

Erste Aufgabe: $\text{VII} - \text{IV} = \text{III}$

Zweite Aufgabe: $\text{IX} + \text{I} = \text{X}$ oder $\text{XI} + = \text{XI}$

- c) Emma hat sich mit den heute verwendeten arabischen Ziffern vier Aufgaben überlegt. Die Ergebnisse der Aufgaben ergeben nacheinander gelesen die heutige Jahreszahl. Leider fehlen bei drei Aufgaben die Zeichen zwischen den Ziffern.

Ergänze die Aufgaben so, dass eine richtige Rechnung entsteht. Du kannst Rechenzeichen und Klammern benutzen. Die erste Aufgabe dient als Beispiel.

3P

$$1 + 3 : (5 + 7 - 9) = 2$$

$$1 + 3 \cdot 5 - (7 + 9) = 0$$

$$(1 + 3 \cdot 5) : (7 + 9) = 1$$

$$1 + 3 + 5 + 7 - 9 = 7$$

2018 – Aufgaben

Aufgabe 1: Dosen stapeln

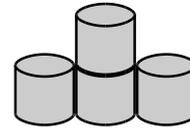
Elli arbeitet in einem Laden und findet es langweilig, die Dosen ins Regal zu sortieren.

- a) Elli macht einen Plan und zeichnet die Stapel zunächst auf.
Hilf Elli bei der Planung und fülle die Lücken im Text aus.

Für einen **zweistöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe

mit _____ Dosen beginnen und

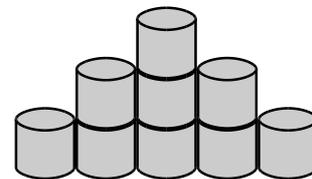
insgesamt _____ Dosen benutzen.



Für einen **dreistöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe

mit _____ Dosen beginnen und

insgesamt _____ Dosen benutzen.



Elli fällt auf, dass sie die Anzahlen logisch bestimmen kann und nicht mehr zeichnen muss.
Fülle die Lücken nun möglichst ohne zu zeichnen aus.

Für einen **vierstöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe

mit _____ Dosen beginnen und

insgesamt _____ Dosen benutzen.

.....
.....
.....

Für einen **zehnstöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe

mit _____ Dosen beginnen und

insgesamt _____ Dosen benutzen.

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

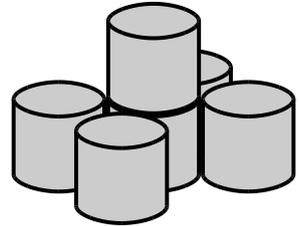
Aufgabe 1 (Fortsetzung)

- b) Am nächsten Tag darf Elli einen Platz in der Mitte des Ladens dekorieren. Nun baut sie einen Dosenturm nach dem gleichen Muster wie gestern, der aber in 4 Richtungen geht. Hilf ihr wieder bei der Planung, ohne zu zeichnen.

Für einen **zweistöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe

mit _____ Dosen beginnen und

insgesamt _____ Dosen benutzen.



Für einen **dreistöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe

mit _____ Dosen beginnen und

insgesamt _____ Dosen benutzen.

Für einen **vierstöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe

mit _____ Dosen beginnen und

insgesamt _____ Dosen benutzen.

Aufgabe 2: Zahlenrätsel

Lisa hat sich eine Zahl ausgedacht, die aus genau neun Ziffern besteht. Jede Ziffer von 1 bis 9 kommt genau einmal vor. Die Zahl hat weiterhin folgende Eigenschaften:

- Die neunte Ziffer ist doppelt so groß wie die erste Ziffer.
- Die neunte Ziffer ist um 2 größer als die fünfte Ziffer.
- Die fünfte Ziffer multipliziert mit der sechsten ist genau so groß wie die siebte Ziffer multipliziert mit der achten.
- Die dritte Ziffer ist um 1 größer als die achte Ziffer.
- Die zweite Ziffer ist größer als die vierte Ziffer.

Finde Lisas Zahl und schreibe sie in die Kästchen für die Lösung.

Falls Du die Zahl nicht findest, ermittle eine Zahl, die möglichst viele der oben genannten Eigenschaften besitzt.

zum Probieren

--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Ziffer

--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Ziffer

--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Ziffer

--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Ziffer

--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Ziffer

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Deine Lösung

--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Ziffer

Aufgabe 4 (Fortsetzung)

d) Das nächstgrößere Wegstück ist 2,50 m lang und 1 m breit.

Zeichne alle unterschiedlichen Muster auf, um diesen Weg mit Platten auszulegen.

The image shows four identical horizontal grids, each consisting of 1 row and 25 columns of squares. These grids are intended for drawing different tiling patterns for a 2.50 m long and 1 m wide path.

Es gibt _____ unterschiedliche Muster.

e) Es gibt eine Rechenregel, mit der man immer die Anzahl der unterschiedlichen Muster für das nächstgrößere Wegstück bestimmen kann, das auch 1 m breit ist. Betrachte die Anzahl der unterschiedlichen Muster in den Aufgaben a) bis d) und formuliere eine Regel.

A large grid of 25 columns and 25 rows, intended for writing a formula or rule to determine the number of different tiling patterns for a path of length n and width 1 m.

Sage mithilfe Deiner Regel voraus, wie viele unterschiedliche Muster es für einen 3 m langen Weg geben müsste.

Es gibt _____ unterschiedliche Muster.

2018 – Lösungen

Aufgabe 1: Dosen stapeln

(6P)

Elli arbeitet in einem Laden und findet es langweilig, die Dosen ins Regal zu sortieren.

- a) Elli macht einen Plan und zeichnet die Stapel zunächst auf. Hilf Elli bei der Planung und fülle die Lücken im Text aus.

Für einen **zweistöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe mit **3** Dosen beginnen und insgesamt **4** Dosen benutzen. **1P**

Für einen **dreistöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe mit **5** Dosen beginnen und insgesamt **9** Dosen benutzen. **1P**

Elli fällt auf, dass sie die Anzahlen logisch bestimmen kann und nicht mehr zeichnen muss. Fülle die Lücken nun möglichst ohne zu zeichnen aus.

Für einen **vierstöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe mit **7** Dosen beginnen und insgesamt **16** Dosen benutzen. **1P**

Für einen **zehnstöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe mit **19** Dosen beginnen und insgesamt **100** Dosen benutzen. **1P**

- b) Am nächsten Tag darf Elli einen Platz in der Mitte des Ladens dekorieren. Nun baut sie einen Dosenturm nach dem gleichen Muster wie gestern, der aber in 4 Richtungen geht. Hilf ihr wieder bei der Planung, ohne zu zeichnen.

Für einen **zweistöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe mit **5** Dosen beginnen und insgesamt **6** Dosen benutzen. **1P**

Für einen **dreistöckigen** Dosenturm muss Elli in der untersten Reihe mit **9** Dosen beginnen und insgesamt **15** Dosen benutzen. **1P**

Aufgabe 2: Zahlenrätsel

(6P)

Lisa hat sich eine Zahl ausgedacht, die aus genau neun Ziffern besteht. Jede Ziffer von 1 bis 9 kommt genau einmal vor. Die Zahl hat weiterhin folgende Eigenschaften:

- Die neunte Ziffer ist doppelt so groß wie die erste Ziffer.
- Die neunte Ziffer ist um 2 größer als die fünfte Ziffer.
- Die fünfte Ziffer multipliziert mit der sechsten ist genau so groß wie die siebte Ziffer multipliziert mit der achten.
- Die dritte Ziffer ist um 1 größer als die achte Ziffer.
- Die zweite Ziffer ist größer als die vierte Ziffer.

Finde Lisas Zahl und schreibe sie in die Kästchen für die Lösung.

Falls Du die Zahl nicht findest, ermittle eine Zahl, die möglichst viele der oben genannten Eigenschaften besitzt.

zum Probieren

4,3,2,1								8,6,4,2
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

Ziffer

4,3				6,4				8,6
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

2 und 4 entfallen

Ziffer

4		4,3		6	1	2,3	3,2	8
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

Möglich, entfällt nach 3. Ziffer

Ziffer

4		3,10		6	3	9,2	2,9	8
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

Möglich, entfällt nach 3. Ziffer

Ziffer

3		2,9		4	2	8,1	1,8	6
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

möglich

Ziffer

3	7	9	5	4	2	1	8	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Deine Lösung

3	7	9	5	4	2	1	8	6
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

Ziffer

Aufgabe 3: Eine rätselhafte Mutter

(4P)

Die Mutter von Finn, Hanna und Lilly liebt Rätsel, mit denen sie gern ihre Kinder erfreut.

- a) Die Mutter sammelt Steine, die sie zur Dekoration in einer Glasvase aufbewahrt. Ihr erstes Rätsel lautet: „Versucht zu schätzen, wie viele Steine in der Vase sind, ohne diese aus der Vase zu nehmen.“ Finn schätzt 125, Hanna kommt auf 111 und Lilly meint, es wären 114 Steine.

Die Mutter sagt: „Ihr habt euch alle etwas verschätzt. Einer um 5, einer um 6 und einer sogar um 8 Steine. Damit könnt ihr die wirkliche Anzahl der Steine genau bestimmen.“ Allerdings verrät sie nicht, wer zu viel und wer zu wenig geschätzt hat.

Bestimme die Anzahl der Steine und gib für jedes Kind an, um wie viele Steine es sich verschätzt hat.

Deine Antworten

In Wirklichkeit sind genau **119** Steine in der Vase.

1P

Finn hat sich um **6** Steine verschätzt.

Hanna hat sich um **8** Steine verschätzt.

Lilly hat sich um **5** Steine verschätzt.

Für alle drei Angaben insgesamt

1P

- b) Hanna möchte sich aus einer undurchsichtigen Dose Bonbons nehmen. Sie weiß, dass darin nur noch zwei Himbeerbonbons, drei Erdbeerbonbons und vier Schokobonbons sind. Hanna möchte auf jeden Fall einen Schokobonbon dabei haben. Mutters Bedingung lautet: „Wenn du mir sagst, wie viele Bonbons du ohne hinzuschauen mindestens nehmen musst, damit wenigstens ein Schokobonbon dabei ist, dann darfst du das tun.“

Wie viele Bonbons muss Hanna mindestens nehmen, um erfolgreich zu sein?
Begründe Deine Antwort.

Deine Antwort

Hanna muss mindestens **6** Bonbons nehmen, um garantiert einen Schokobonbon zu bekommen.

1P

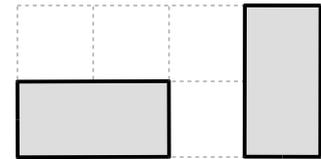
Begründung

2 Himbeer, 3 Erdbeer 1 Schoko garantieren mindestens einen Schokobonbon. 1P

Aufgabe 4: Wege befestigen

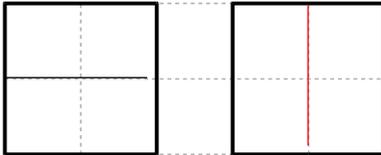
(5P)

In einem Garten sollen verschieden lange Wegstücke mit Platten ausgelegt werden. Alle Platten sind rechteckig und haben die Seitenlängen 50 cm und 1 m. Alle Wege haben mit 1 m die gleiche Breite.



Für einen 50 cm langen Weg gibt es genau eine Möglichkeit, die Platte zu legen.

- a) Zeichne die beiden unterschiedlichen Muster, um einen 1 m langen Weg mit den Platten auszu-
legen. 1P



- b) Ein anderes Wegstück ist 1,50 m lang und 1 m breit.

Zeichne alle drei unterschiedlichen Muster auf, um diesen Weg mit Platten auszulegen. 1P



- c) Das nächstgrößere Wegstück ist 2 m lang und 1 m breit.

Zeichne alle unterschiedlichen Muster auf, um diesen Weg mit Platten auszulegen.

Gib die Anzahl der unterschiedlichen Muster an.

Es gibt **5** unterschiedliche Muster. 1P

- d) Das nächstgrößere Wegstück ist 2,50 m lang und 1 m breit.

Zeichne alle unterschiedlichen Muster auf, um diesen Weg mit Platten auszulegen.

Es gibt **8** unterschiedliche Muster. 1P

- e) Es gibt eine Rechenregel, mit der man immer die Anzahl der unterschiedlichen Muster für das
nächstgrößere Wegstück bestimmen kann, das auch 1 m breit ist.
Betrachte die Anzahl der unterschiedlichen Muster in den Aufgaben a) bis d) und formuliere eine
Regel.

Man muss immer die Anzahlen der beiden letzten Möglichkeiten addieren. (1P für e)

Sage mithilfe Deiner Regel voraus, wie viele unterschiedliche Muster es für einen 3 m langen
Weg geben müsste.

Es gibt **13** unterschiedliche Muster.

2019 – Aufgaben

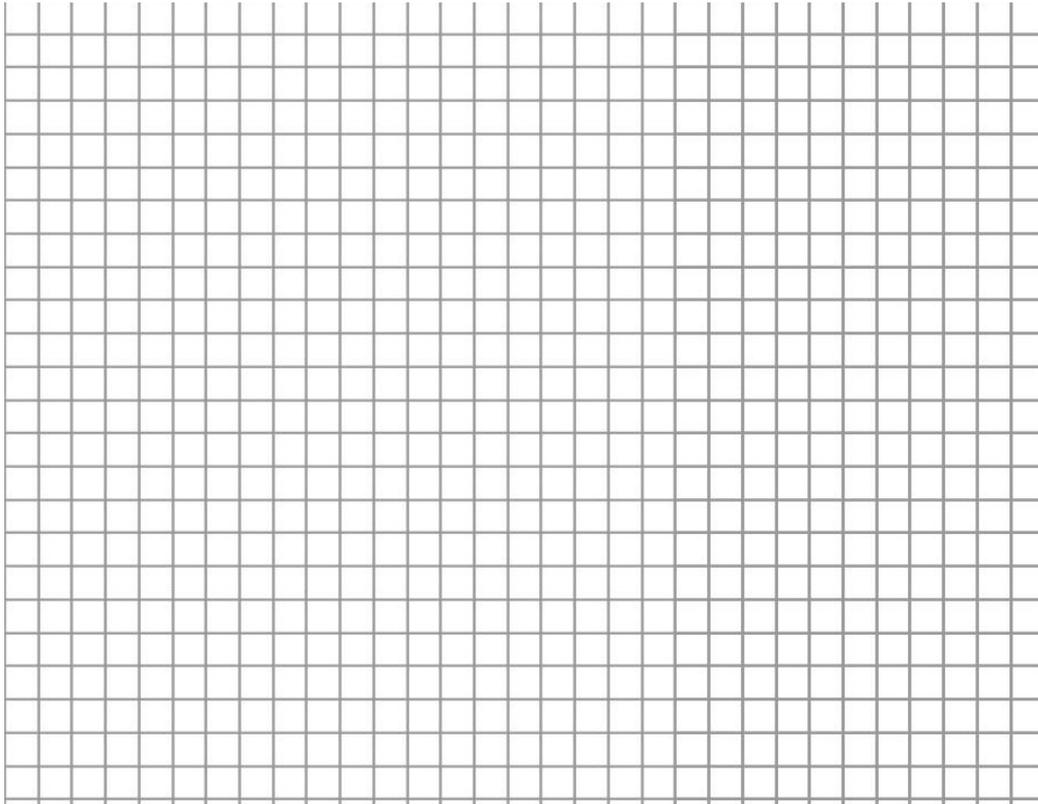
Aufgabe 1: Kryptogramme

Kryptogramme sind mathematische Rätsel, bei denen Ziffern durch Buchstaben ersetzt werden. Jeder Buchstabe steht immer für die gleiche Ziffer. Verschiedene Buchstaben stehen auch für verschiedene Ziffern. Am Anfang einer Zahl steht niemals eine 0.

a) Für das Kryptogramm

$$L - M = M + M - L$$

gibt es sogar mehrere Lösungen.



Trage deine Lösungen in die Tabelle ein.
(Du wirst nicht alle Zeilen der Tabelle brauchen.)

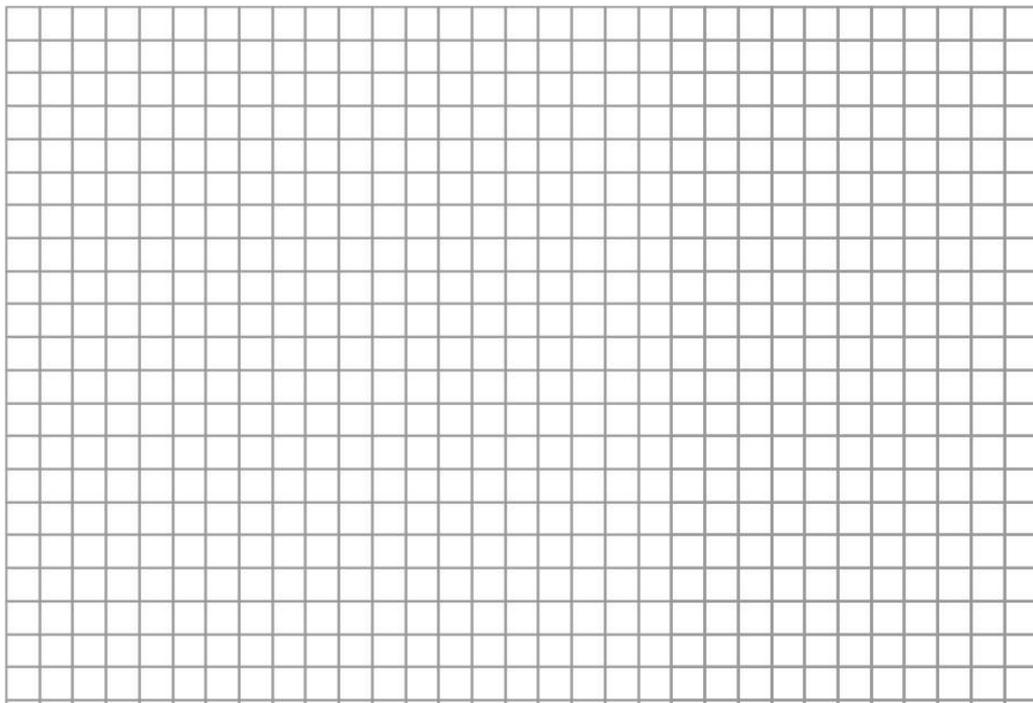
Lösung Nr.	L	M
1		
2		

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter !

Aufgabe 1 (Fortsetzung)

- b) Das folgende Kryptogramm hat nur eine Lösung.
 Ordne den Buchstaben jeweils eine Ziffer so zu, dass alle Rechnungen stimmen.

$$\begin{array}{r}
 \text{RAU} \\
 : \\
 \text{N} \\
 \hline
 \text{IR}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 - \\
 \cdot \\
 +
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{DK} \\
 + \\
 \text{R} \\
 \hline
 \text{DI}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 = \\
 = \\
 =
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{SKI} \\
 - \\
 \text{U} \\
 \hline
 \text{SRD}
 \end{array}$$



A	D	I	K	N	R	S	U

- c) Mithilfe der Lösungen aus den Aufgaben a) und b) kannst Du nun herausfinden, mit wem Du nachher beim Tag der Mathematik auf Krypto-Schnitzeljagd gehen kannst.

Trage zunächst die Buchstaben gemäß ihrer Zuordnung aus Aufgabe b) ein. Die beiden fehlenden Ziffern ergeben sich aus genau einer der Lösungen von Aufgabe a).

6	0	8	2	5	4

8	4	7

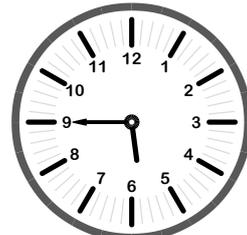
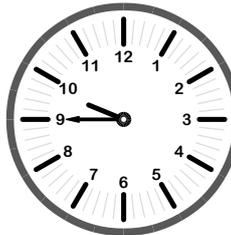
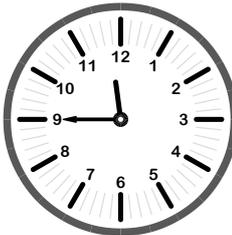
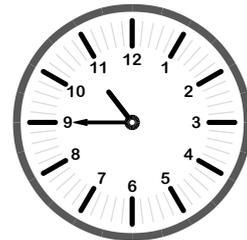
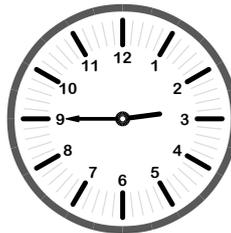
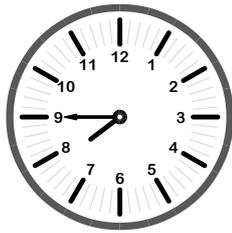
9	8	3	0	1

Aufgabe 2: Urlaub

Fritzi kommt nach ihrem Australien-Urlaub an einem Vormittag auf dem Flughafen von Sydney an. Ihre Familie will zuerst nach Dubai und danach nach Berlin fliegen. Fritzi musste bei der Passkontrolle lange warten und vertrieb sich die Zeit mit einigen Überlegungen.

- a) In der Eingangshalle entdeckt sie Uhren, die die momentane Zeit, also die Ortszeit, in verschiedenen Orten angeben. Darunter sind auch Sydney, Dubai und Berlin. Leider kann sie die zugehörigen Ortsnamen nicht lesen. Sie weiß jedoch, dass es eine Zeitverschiebung gibt und dass es in Dubai sieben Stunden früher ist als in Sydney und in Dubai drei Stunden später als in Berlin.

Schreibe die Namen der Städte Sydney, Dubai und Berlin an die richtigen Uhren.



- b) Auf Fritzis Bordkarte stehen die Zeiten für den Abflug und die Ankunft in der jeweiligen Ortszeit.

Berechne die Dauer des Fluges.
Beachte die Zeitverschiebung.

Bordkarte		Bordkarte	
Fluggast Fritzi		Fluggast Fritzi	
von Sydney	nach Dubai	von Sydney	nach Dubai
Start (Ortszeit) 13:00	Ankunft (Ortszeit) 20:20	ab (Ortszeit) 1300	an (Ortszeit) 2020
Flug XY123	Boardingzeit 12:15	Flug XY123	Sitz 26A
Gate 1/C51	Sitz 26A	Gate 1/C51	Boarding 1215

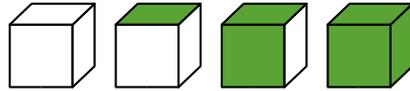
Deine Lösung: Der Flug dauert _____.

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter !

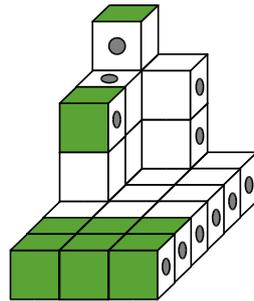
Aufgabe 3: Würfel stapeln

Hannes beobachtet Bauarbeiter, die aus unterschiedlich gefärbten und durchbohrten Steinwürfeln auf dem Schulhof eine Sitzlandschaft bauen.

Es gibt Steine, die ganz weiß sind und Steine, die auf einer, zwei oder drei Seiten grün sind.



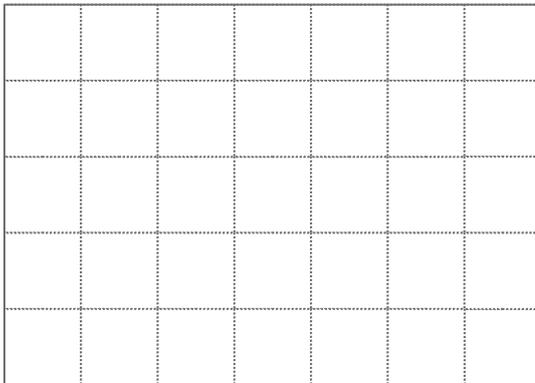
Noch ist die Sitzlandschaft nicht fertig. Sie sieht im Moment so wie in der Skizze aus:



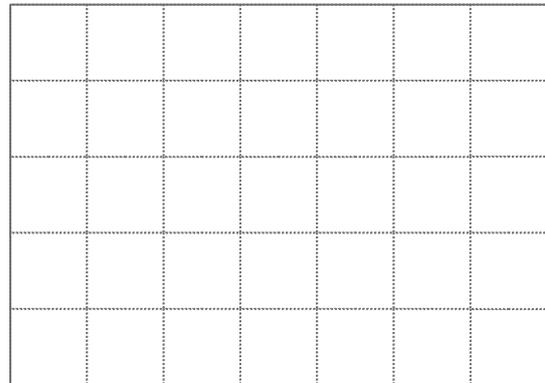
- a) Hannes steht auf der rechten Seite des Bauwerks.
Zeichne den Umriss des Bauwerks, den Hannes sieht.

Die Bohrlöcher musst Du nicht einzeichnen.

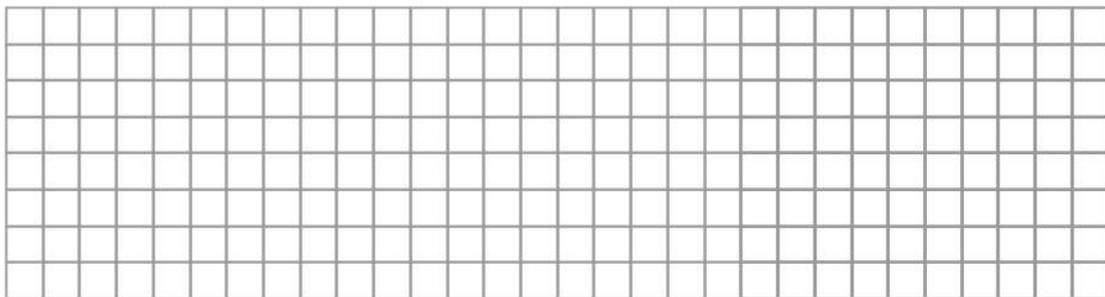
Zum Probieren



Deine Lösung



- b) Wie viele Betonwürfel haben die Arbeiter schon verbaut?



Deine Antwort: _____

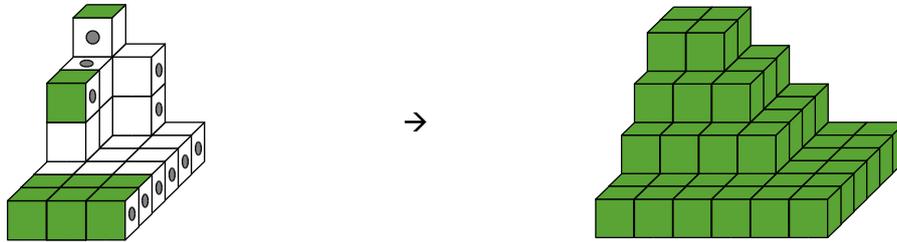
Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter!

Aufgabe 3 (Fortsetzung)

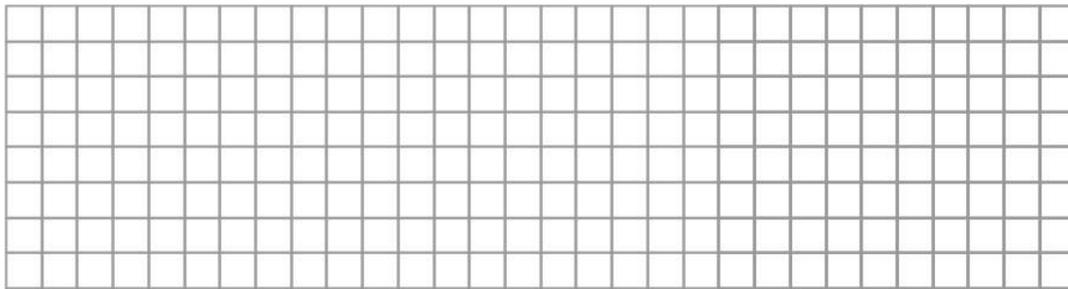
Hannes wundert sich, dass einige Steine teilweise farbig sind.

Die Bauarbeiter erklären Hannes, dass die Sitzlandschaft zum Schluss sowie auf dem Bild rechts aussehen soll.

Die Vorderseite und die rechte Seite der Sitzlandschaft sollen grün sein. Die beiden hier nicht sichtbaren Seiten (also hinten und links) bleiben weiß.



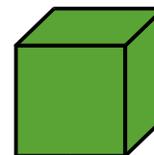
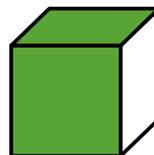
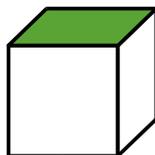
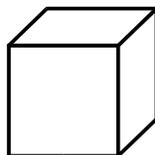
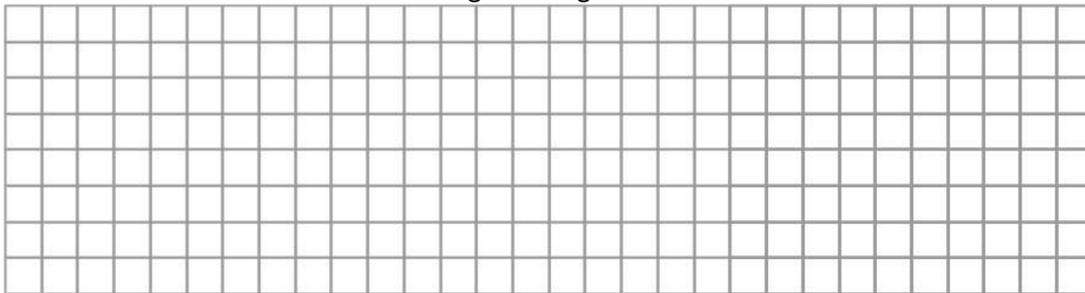
c) Wie viele Steine müssen insgesamt noch verbaut werden?



Deine Antwort: _____

d) Je mehr grüne Farbe ein Stein hat, umso teurer ist er.

Wie viele Steine jeder Sorte müssen insgesamt noch verbaut werden, damit die Sitzlandschaft so billig wie möglich wird?



e) Die schweren Steinwürfel sind durchbohrt, damit sie mit dem Kran bewegt werden können. Die Bauarbeiter versuchen die Würfel möglichst so einzubauen, dass die Bohrung nicht zu sehen ist.

Bei wie vielen Würfeln des fertigen Bauwerks ist das Bohrloch dann doch zu sehen?

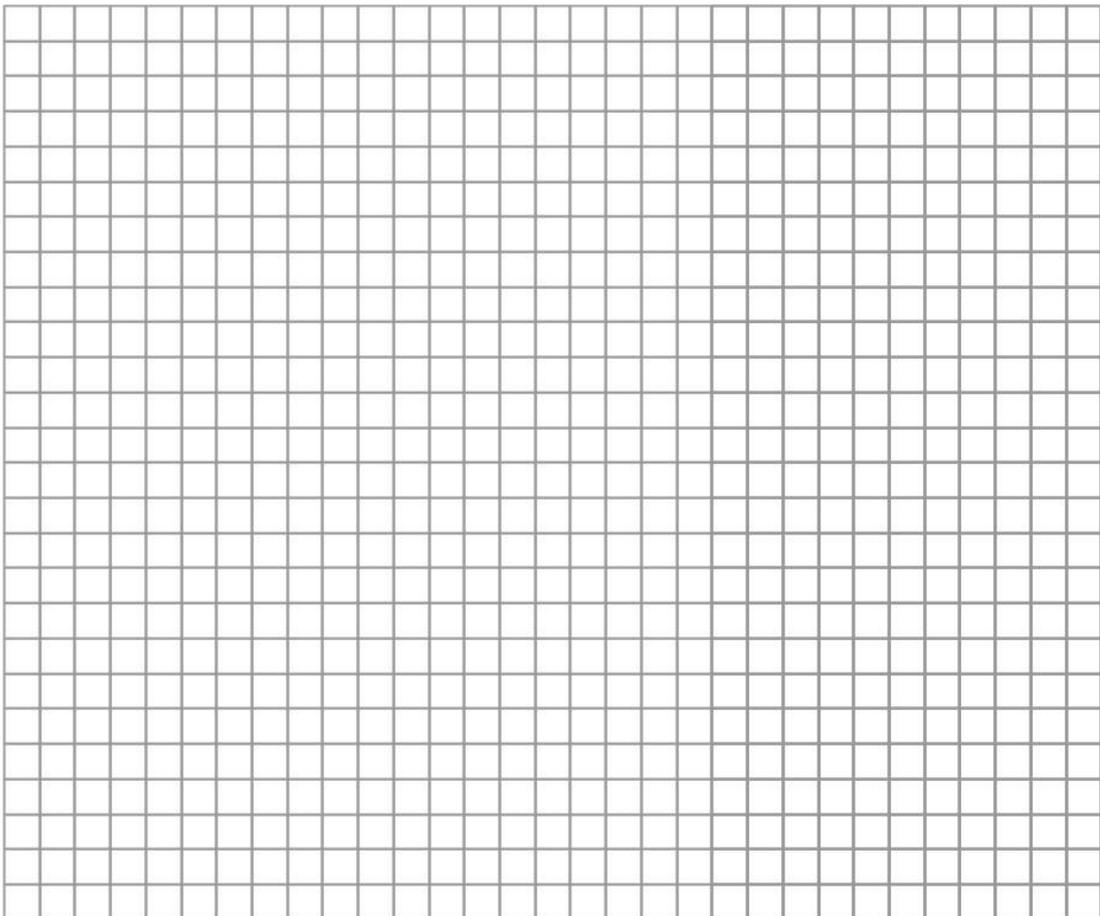
Deine Antwort: _____

Aufgabe 4: Logik-Rätsel

Die drei Mädchen Anna, Lisa und Paula nehmen am Kreisklub der Universität teil. Sie unterhalten sich in der Pause und stellen sich einander vor. Als sie über ihr Taschengeld sprechen, stellen sie fest, dass sie im Monat unterschiedliche Beträge bekommen. Es beträgt entweder 12 €, 15 € oder 16 € im Monat.

Die Mädchen haben alle unterschiedliche Vorlieben, ihr Taschengeld auszugeben.

- Anna kauft sich viele Süßigkeiten. Sie bekommt weniger Taschengeld als das Mädchen mit dem Nachnamen Müller.
 - Paula bekommt 15 € Taschengeld.
 - Lisa gibt ihr Geld nicht für Schminke aus und heißt nicht Bauer.
 - Das Mädchen mit dem Nachnamen Weber gibt sein Geld für Technik aus.
- a) Finde heraus, wie die Mädchen jeweils mit Nachnamen heißen, wie viel Taschengeld sie im Monat bekommen und wofür sie es oft ausgeben.



Deine Lösung:

	Nachname	Taschengeld	Vorlieben
Anna			
Lisa			
Paula			

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter !

2019 – Lösungen

Aufgabe 1: Kryptogramme (5 P)

Kryptogramme sind mathematische Rätsel, bei denen Ziffern durch Buchstaben ersetzt werden. Jeder Buchstabe steht immer für die gleiche Ziffer. Verschiedene Buchstaben stehen auch für verschiedene Ziffern. Am Anfang einer Zahl steht niemals eine 0.

a) Für das Kryptogramm

2 P

$$L - M = M + M - L$$

gibt es sogar mehrere Lösungen.

Lösung Nr.	L	M
1	9	6
2	6	4
3	3	2

2 P für alle Lösungen,
1 P für mindestens 2 Lösungen

b) Das folgende Kryptogramm hat nur eine Lösung.

3 P

Ordne den Buchstaben jeweils eine Ziffer so zu, dass alle Rechnungen stimmen.

$$\begin{array}{r}
 \text{RAU} \\
 : \\
 \text{N} \\
 \hline
 \text{IR}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 - \\
 \cdot \\
 +
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{DK} \\
 + \\
 \text{R} \\
 \hline
 \text{DI}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 = \\
 = \\
 =
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{SKI} \\
 - \\
 \text{U} \\
 \hline
 \text{SRD}
 \end{array}$$

A	D	I	K	N	R	S	U
0	7	5	3	4	2	1	8

3 P für alle Lösungen,
2 P für mindestens 4 Buchstaben,
1 P für mind. 2 Buchstaben

c) Mithilfe der Lösungen aus den Aufgaben a) und b) kannst Du nun herausfinden, mit wem Du nächster beim Tag der Mathematik auf Krypto-Schnitzeljagd gehen kannst.

Kein Punkt

6	0	8	2	5	4
M	A	U	R	I	N

8	4	7
U	N	D

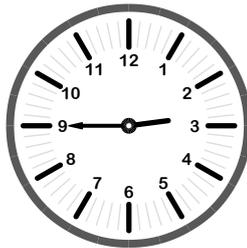
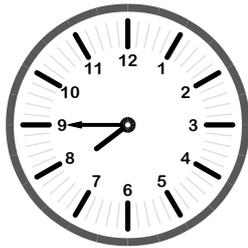
9	8	3	0	1
L	U	K	A	S

Aufgabe 2: Urlaub (4 P)

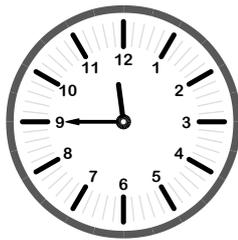
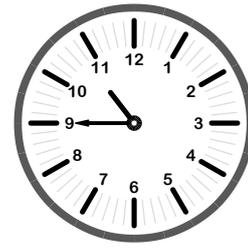
Fritzi kommt nach ihrem Australien-Urlaub an einem Vormittag auf dem Flughafen von Sydney an. Ihre Familie will zuerst nach Dubai und danach nach Berlin fliegen. Fritzi musste bei der Passkontrolle lange warten und vertrieb sich die Zeit mit einigen Überlegungen.

- a) In der Eingangshalle entdeckt sie Uhren, die die momentane Zeit, also die Ortszeit, in verschiedenen Orten angeben. Darunter sind auch Sydney, Dubai und Berlin. Leider kann sie die zugehörigen Ortsnamen nicht lesen. Sie weiß jedoch, dass es eine Zeitverschiebung gibt und dass es in Dubai sieben Stunden früher ist als in Sydney und in Dubai drei Stunden später als in Berlin.

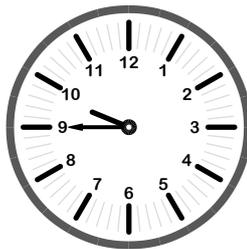
Schreibe die Namen der Städte Sydney, Dubai und Berlin an die richtigen Uhren.



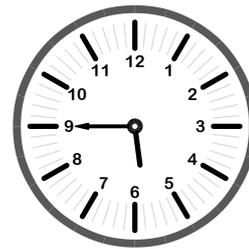
Dubai



Berlin



Sydney



2 P

- b) Berechne die Dauer des Fluges. Beachte die Zeitverschiebung.

Deine Lösung: **Der Flug dauert 14 h 20 min**

1 P

- c) In Sydney musste Fritzi mit australischen Dollar bezahlen, in Dubai in den Vereinigten Arabischen Emiraten heißt die Währung Dirham. Fritzi hat noch 30 australische Dollar übrig und überlegt nun, wie viele Dirham das sein könnten. Sie kennt die Umrechnungen beider Währungen in Euro:

		Umrechnung in Euro €
Vereinigte Arabische Emirate	1 Dirham:	0,25 €
Australien	1 Australischer Dollar:	0,60 €

Berechne, wie viele Dirham die 30 australischen Dollar wert sind.

30 Dollar entsprechen $30 \cdot 0,60 \text{ €} = 18 \text{ €}$

18 € entsprechen $18 \cdot 4 \text{ Dirham} = 72 \text{ Dirham}$

Deine Lösung: **30 Australische Dollar entsprechen 72 Dirham.**

1 P

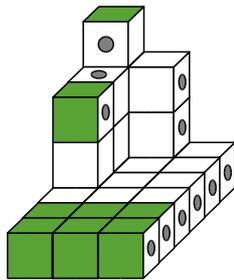
Aufgabe 3: Würfel stapeln (7 P)

Hannes beobachtet Bauarbeiter, die aus unterschiedlich gefärbten und durchbohrten Steinwürfeln auf dem Schulhof eine Sitzlandschaft bauen.

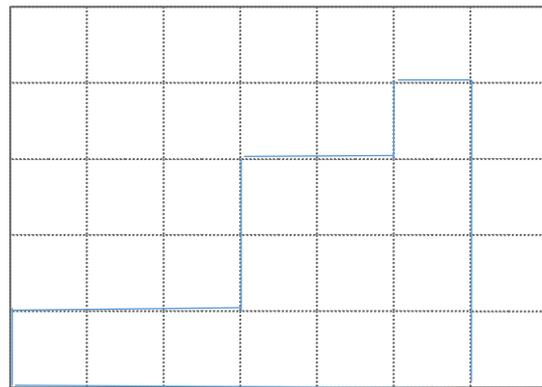
Noch ist die Sitzlandschaft nicht fertig. Sie sieht im Moment so wie in der Skizze aus:

- a) Hannes steht auf der rechten Seite des Bauwerks.
Zeichne den Umriss des Bauwerks, den Hannes sieht.

1 P



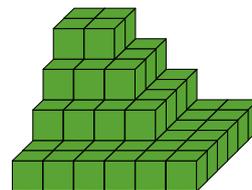
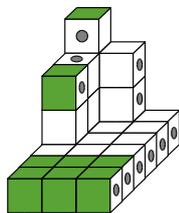
Deine Lösung



- b) Wie viele Betonwürfel haben die Arbeiter schon verbaut?

1 P

Deine Antwort: **27**



- c) Wie viele Steine müssen insgesamt noch verbaut werden?

(1 P für 65, 1 P für Differenz, Folgefehler gewähren)

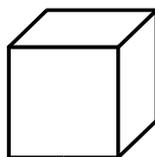
2 P

Deine Antwort: **$36 + 16 + 9 + 4 = 65$, $65 - 27 = 38$** (Achtung Folgefehler von b)

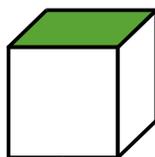
- d) Je mehr grüne Farbe ein Stein hat, umso teurer ist er.

Wie viele Steine jeder Sorte müssen insgesamt noch verbaut werden, damit die Sitzlandschaft so billig wie möglich wird?

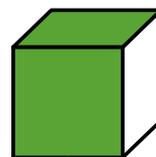
für je 2 Würfel 1P → 2 P



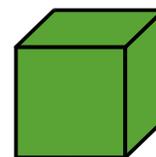
10



6



18



4

- e) Die schweren Steinwürfel sind durchbohrt, damit sie mit dem Kran bewegt werden können. Die Bauarbeiter versuchen die Würfel möglichst so einzubauen, dass die Bohrung nicht zu sehen ist. Bei wie vielen Würfeln des fertigen Bauwerks ist das Bohrloch dann doch zu sehen?

Deine Antwort: **13**

1 P

Aufgabe 4: Logik-Rätsel (5 P)

Die drei Mädchen Anna, Lisa und Paula nehmen am Kreisklub der Universität teil. Sie unterhalten sich in der Pause und stellen sich einander vor. Als sie über ihr Taschengeld sprechen, stellen sie fest, dass sie im Monat unterschiedliche Beträge bekommen. Es beträgt entweder 12 €, 15 € oder 16 € im Monat.

Die Mädchen haben alle unterschiedliche Vorlieben, ihr Taschengeld auszugeben.

- Anna kauft sich viele Süßigkeiten. Sie bekommt weniger Taschengeld als das Mädchen mit dem Nachnamen Müller.
- Paula bekommt 15 € Taschengeld.
- Lisa gibt ihr Geld nicht für Schminke aus und heißt nicht Bauer.
- Das Mädchen mit dem Nachnamen Weber gibt sein Geld für Technik aus.

a) Finde heraus, wie die Mädchen jeweils mit Nachnamen heißen, wie viel Taschengeld sie im Monat bekommen und wofür sie es oft ausgeben. **2 P**

(3. Person ist Folge der beiden ersten, also 1 P für 1 richtige Reihe, 2 P für alle richtigen Reihen)

	Nachname	Taschengeld	Vorlieben
Anna	Bauer	12 €	Süßigkeiten
Lisa	Weber	16 €	Technik
Paula	Müller	15 €	Schminke

b) Die drei Mädchen vertreten ihre Schulen im Wettbewerb um den Pokal des Rektors der Universität Rostock. Paula weiß, dass die Universität in diesem Jahr 600 Jahre alt wird.

Sie versuchen, aus den Zahlen, die das heutige Datum bilden, eine Aufgabe zu bilden. Das Ergebnis soll 600 sein. Die Ziffern 2 5 5 2 0 1 9 dürfen nur in dieser Reihenfolge verwendet werden.

Bilde eine Aufgabe mit dem Ergebnis 600. **1 P**

$$(25 + 5) \cdot (2 + 0) \cdot (1 + 9) = 600$$

$$(25 + 5) \cdot 2 \cdot (0 + 1 + 9) = 600$$

c) Für ein Ratespiel stehen 5 Hüte zur Verfügung, 3 weiße und 2 schwarze. Anna, Lisa und Paula setzen sich hintereinander, so dass jede nur die vor ihr Sitzende(n) sieht, d. h. Anna sieht Lisa und Paula, Lisa sieht nur Paula und Paula sieht keine der beiden. Dann werden ihnen die Augen verbunden und jeder wird einer der fünf Hüte aufgesetzt. Die übrigen zwei Hüte werden versteckt. Nachdem ihnen die Augenbinden wieder abgenommen wurden, sollen sie die Farbe ihres Hutes, den sie nicht sehen können, erraten.

Anna sagt: „Ich kann es nicht wissen.“ Darauf sagt Lisa: „Ich kann es auch nicht wissen.“

Paula sagt als letzte: „Aber ich weiß nun, welche Farbe mein Hut hat.“

Zeige, wie du herausgefunden hast, welche Farbe Paulas Hut hat. **1 P**

	Anna	Lisa	Paula
Hätten beide s, wüsste Anna es:		s	s
also		s	w
oder		w	s
oder		w	w

Wenn Paula s hätte, wüsste Lisa es, also hat Paula w

Paulas Hut hat die Farbe Weiß **1 P**

2022 – Aufgaben

Aufgabe 1: Auf der Suche nach der Gewinnzahl

Hanna und Paul spielen. Hanna darf immer beginnen und eine beliebige natürliche Zahl zwischen 5 und 25 nennen. Danach nennen sie abwechselnd jeweils eine natürliche Zahl.

Die nächstgenannte Zahl muss kleiner als die vorige Zahl sein, aber größer oder gleich der Hälfte der vorigen Zahl.

Wer am Ende die 1 sagen muss, hat verloren.

Als Beispiel siehst Du in der Tabelle zwei Spielverläufe:

Spiel Nr.	Hanna	Paul	Hanna	Paul	Hanna	Paul	Gewinner
erstes Spiel	7	4	2	1			Hanna
zweites Spiel	7	4	3	2	1		Paul

a) Betrachte die folgenden Spielverläufe und trage jeweils ein, wer gewonnen hat.

Hanna	Paul	Hanna	Paul	Hanna	Paul	Gewinner
14	10	5	3	2	1	
14	9	5	3	2	1	
14	7	4	2	1		
14	8	4	2	1		

b) Hanna behauptet:

„Wenn ich die Zahl 5 im Spiel nennen darf, kann ich garantiert gewinnen.“

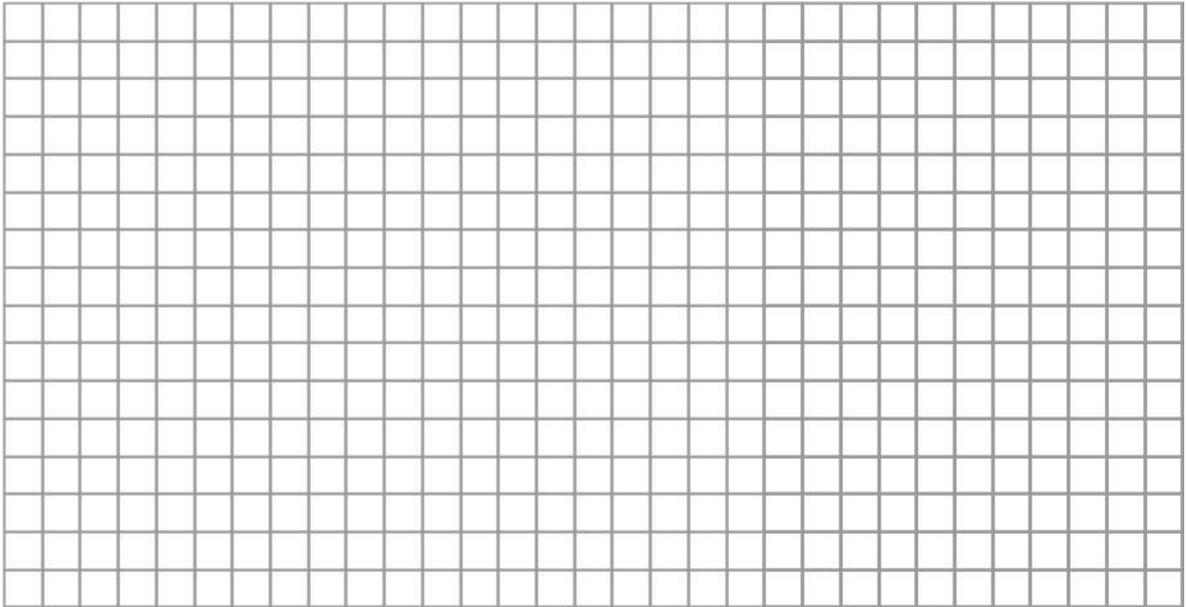
Schreibe alle möglichen Spielverläufe auf und trage jeweils ein, wer gewonnen hat.

Hanna	Paul	Hanna	Paul	Hanna	Paul	Gewinner
5						
5						
5						
5						

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter !

Aufgabe 1 (Fortsetzung)

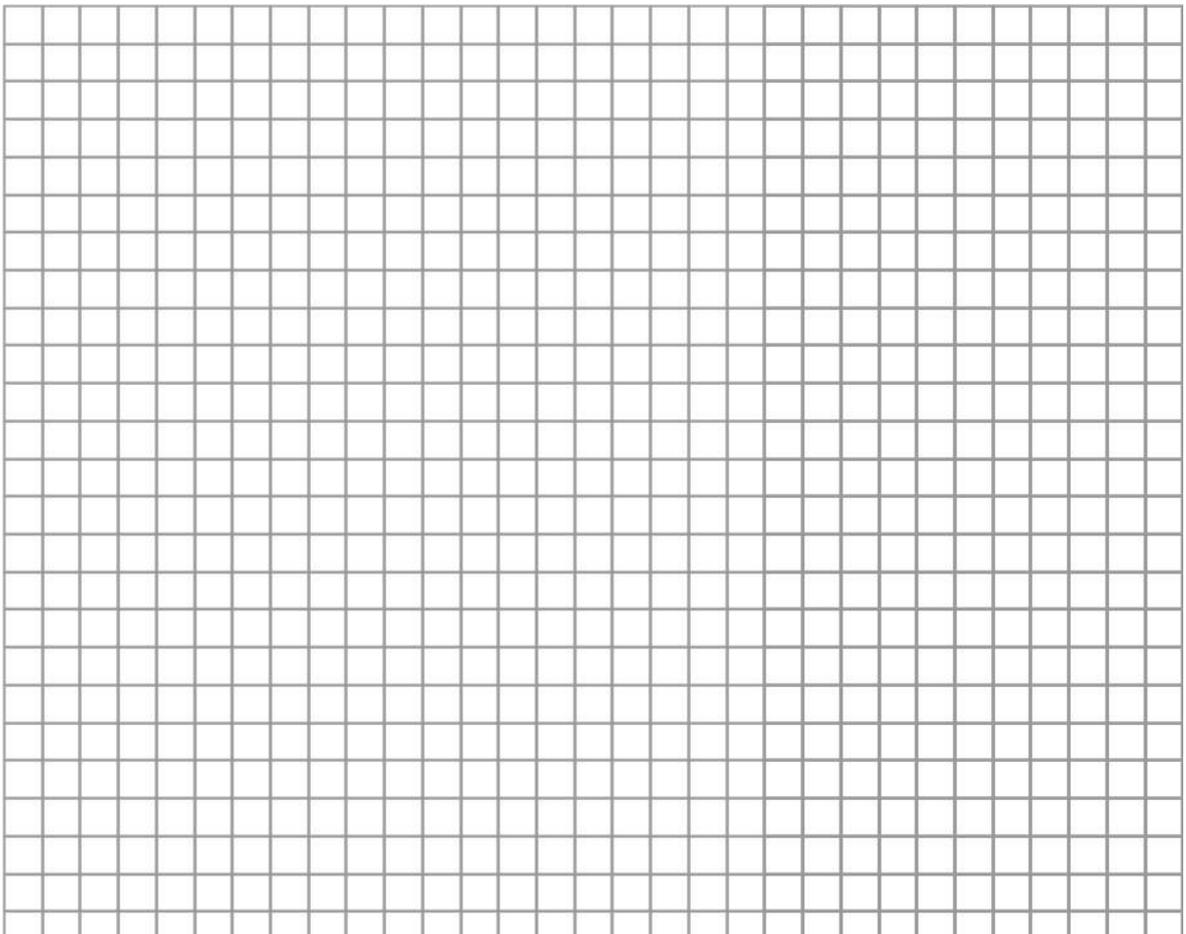
c) Beschreibe, wie Hanna immer gewinnen kann, nachdem sie eine 5 genannt hat.



d) Nun stellt Hanna fest:
„Es gibt weitere Zahlen, bei denen ich garantiert gewinnen kann, wenn ich sie nenne“

Finde eine dieser Zahlen. **Deine Lösung:** _____

Begründe Deine Antwort.

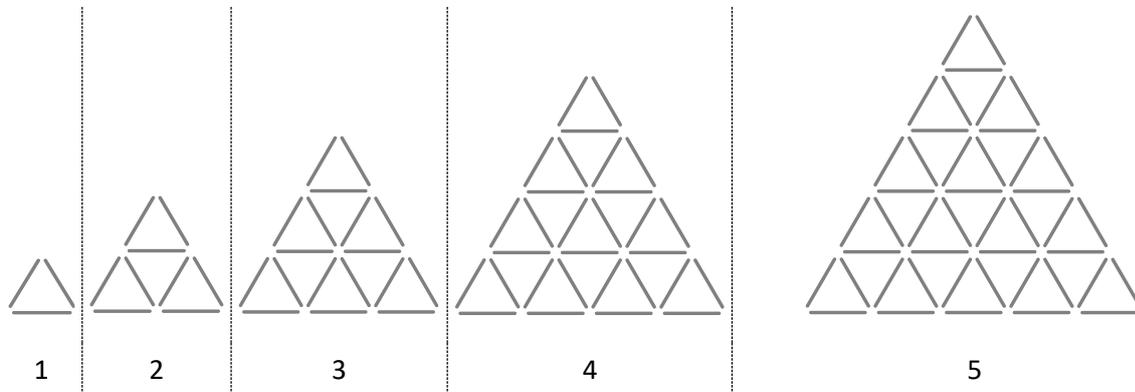


Aufgabe 2: Dreiecke

Lutz legt drei gleiche Hölzer zu einem kleinen Dreieck der Seitenlänge 1 aneinander.

Danach legt er an das vorhandene eine weitere Reihe kleiner Dreiecke, bis ein Dreieck der Seitenlänge 2 entsteht.

Er legt weitere Reihen an und lässt Dreiecke der Seitenlänge 3, 4 und 5 entstehen.



a) Lutz interessiert die Anzahl der Hölzer, die zum Bau solcher Dreiecke nötig sind.

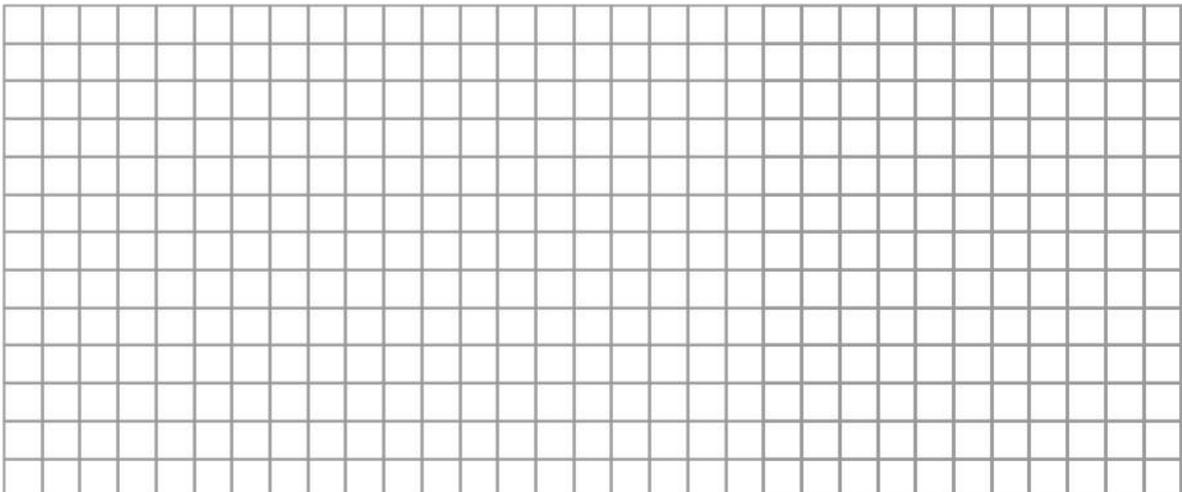
Vervollständige die Tabelle:

Seitenlänge des Dreiecks	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl der Hölzer	3	9					

b) Lutz hat eine Packung mit 200 Hölzern.

Welche Seitenlänge hat das größte Dreieck, das er aus 200 Hölzern nach dem obigen Schema legen kann?

Schreibe Deine Rechnungen auf.



Deine Lösung: Er kann ein Dreieck mit der Seitenlänge von _____ Hölzern fertigstellen.

Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter !

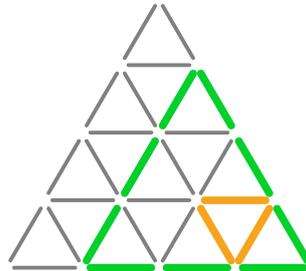
Aufgabe 2 (Fortsetzung)

Lutz entdeckt in den großen Dreiecken viele verschiedene kleine Dreiecke.

Beispiel:

Im Dreieck der Seitenlänge 4 findet er viele Dreiecke der Seitenlängen 1 bis 4.

Ein Beispiel für ein Einedreieck mit der Seitenlänge 1 ist auf dem Bild orange, ein Dreierdreieck der Seitenlänge 3 grün gefärbt.



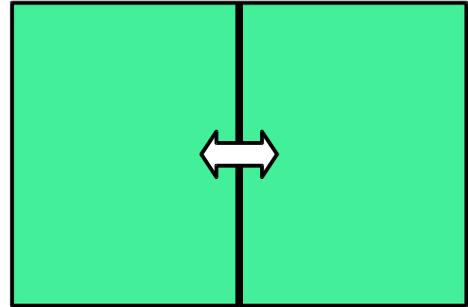
c) Finde heraus, wie viele verschiedene Dreiecke Du in den großen Dreiecken finden kannst.

Fülle die Tabelle aus.

Gegebenes Dreieck Seitenlänge	Enthaltene Dreiecke						
	Einer	Zweier	Dreier	Vierer	Fünfer	Sechser	Siebener
1	1	–	–	–	–	–	–
2	4	1	–	–	–	–	–
3							
4							
5							
6							
7							

Aufgabe 3: Kleingärten

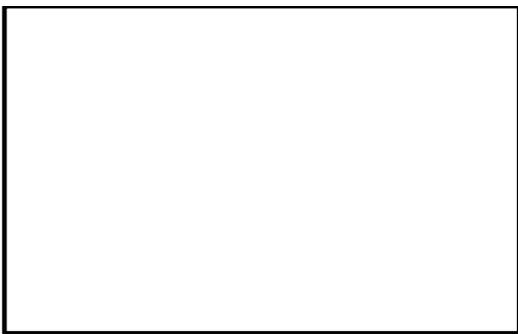
Ein rechteckiges Grundstück soll vollständig für Kleingärtner aufgeteilt werden. Dabei sollen keine Wege zwischen den Grundstücken angelegt werden. Da zwischen den Garteneigentümern ein guter Kontakt gewünscht ist, soll jeder eine Gartentür zu jedem der anderen Gärten haben. Dabei sind Form und Größe der einzelnen Gärten beliebig wählbar. Im Beispiel wurde das Grundstück in zwei Gärten eingeteilt. Der Doppelpfeil stellt die Gartentür dar.



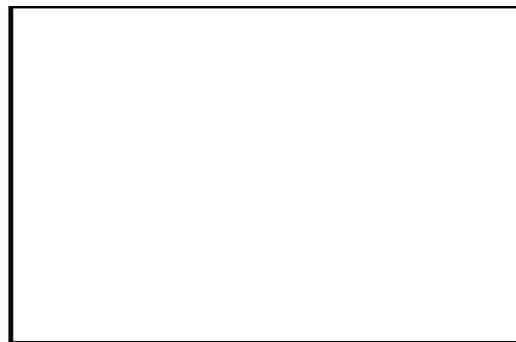
Zerlege das Grundstück und zeichne jeweils die Grundstücksgrenzen und alle notwendigen Türen (als Doppelpfeil) ein, wenn das Grundstück in...

a) ... drei Gärten eingeteilt werden soll,

Zum Probieren



Deine Lösung

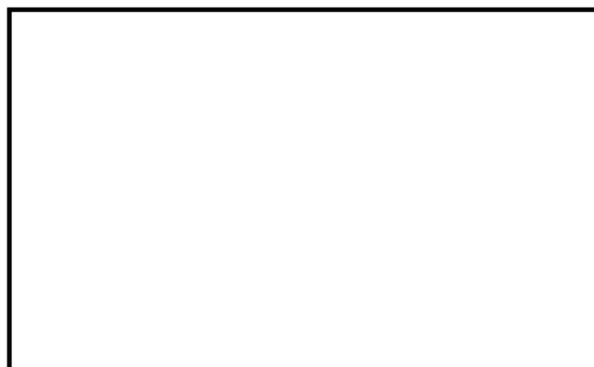


b) ... vier Gärten eingeteilt werden soll.

Zum Probieren



Deine Lösung



Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter !

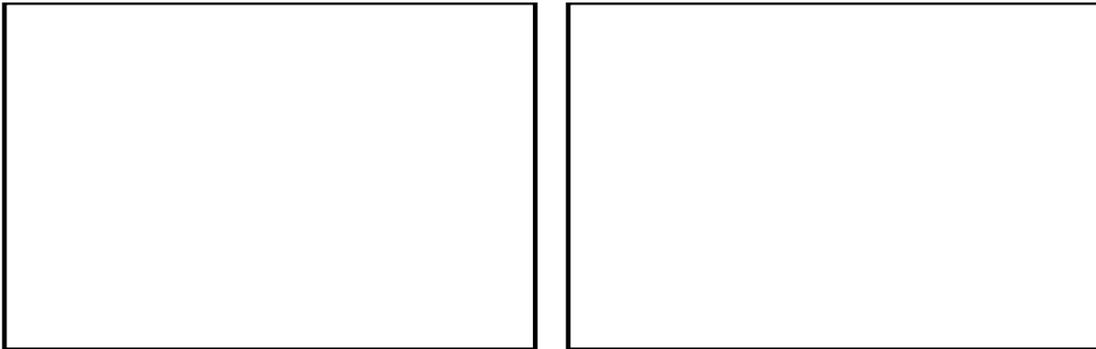
Aufgabe 3: (Fortsetzung)

c) Die fünf Kleingärtner A, B, C, D und E merken, dass es für sie nicht möglich ist, die Gärten so anzulegen, dass jeder eine Gartentür zu jedem der anderen Gärten hat.

Zerlege das Grundstück so, dass alle Gärtner möglichst viele Türen zu Nachbargärten haben.

Bezeichne die Gärten mit A, B, C, D, E und gib an, welche Gärten keine Gartentür zueinander haben.

Zum Probieren



Deine Lösung (Antwortsatz und Zeichnung)

Die Gärten _____ haben keinen Zugang zueinander.

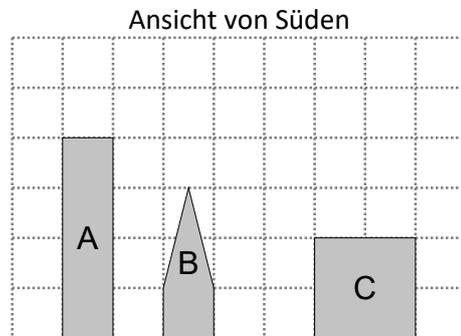
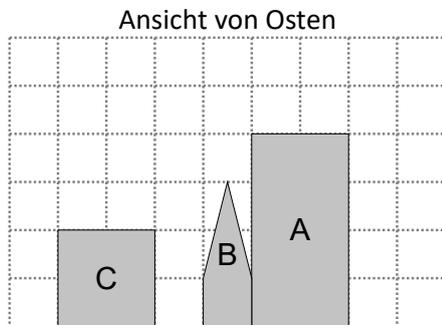


Aufgabe 4: Rundherum betrachtet

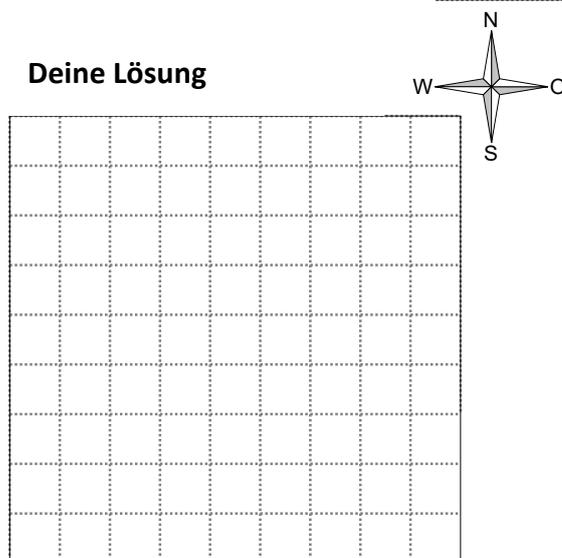
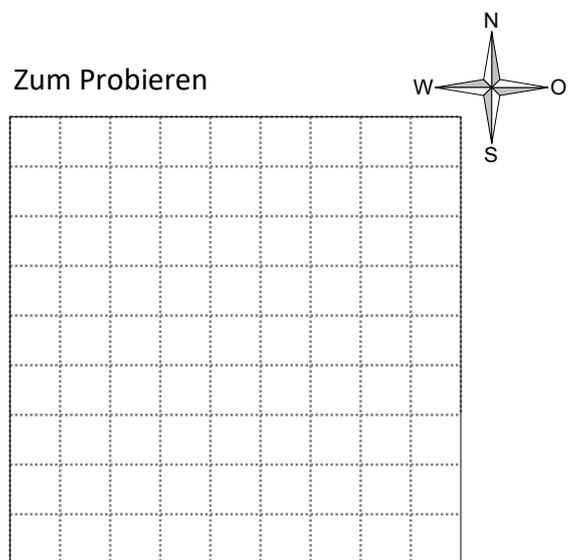
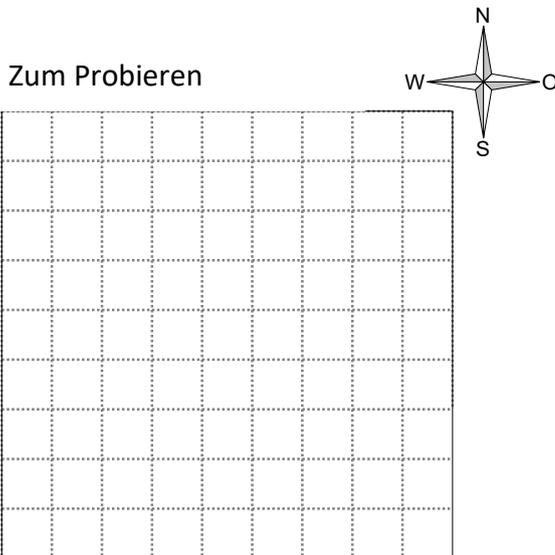
Tine baut kleine Städte aus Bausteinen auf einem quadratischen Feld auf, das je 9 Kästchenlängen lang und breit ist.

a) Tines erste Stadt besteht aus 3 Gebäuden.

Sie legt sich auf den Fußboden und betrachtet ihre Stadt aus zwei Richtungen:



Zeichne in die untenstehende Skizze für einen Stadtplan die Gebäudeumrisse aus der Sicht von oben ein. Achte auf die richtige Lage und die richtige Größe.

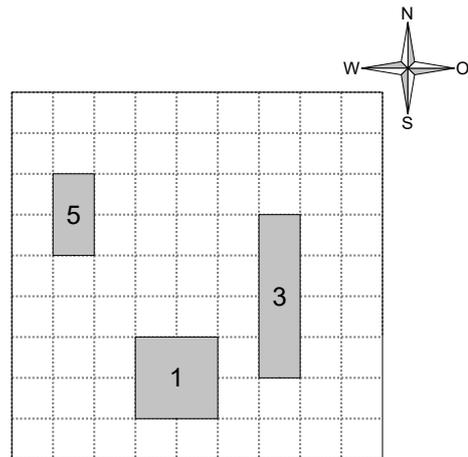


Die Aufgabe geht auf der Rückseite weiter !

Aufgabe 4: (Fortsetzung)

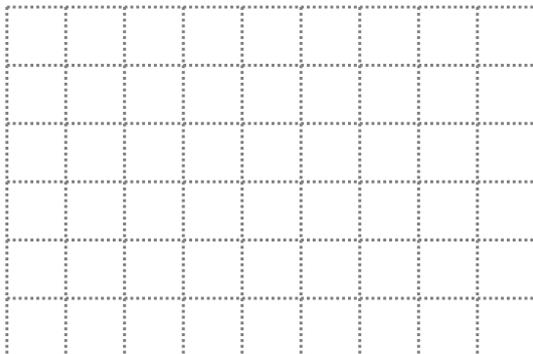
b) Ihre zweite Stadt möchte Tine nur aus Quadern bauen.

Zuerst zeichnet sie einen Stadtplan, in dem die Zahl in jedem Gebäude dessen Höhe in Kästchenlängen angibt.

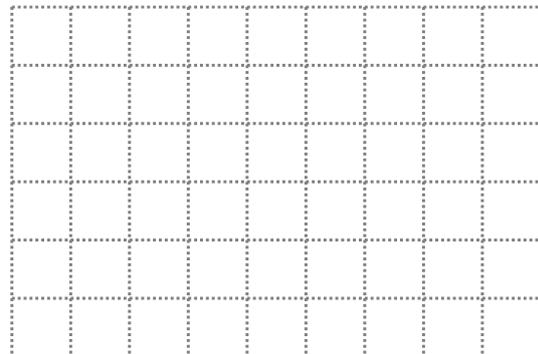


Zeichne die Stadtansicht aus Richtung Osten.

Zum Probieren

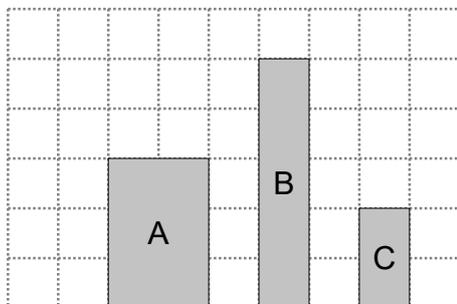


Deine Lösung

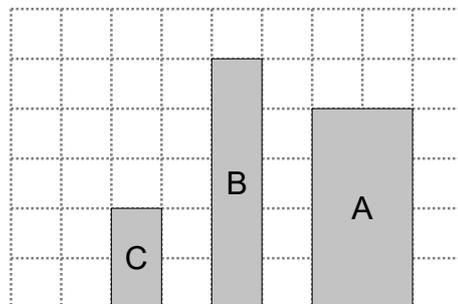


c) Tines Freund Pepe hat auch eine Stadt gebaut.

Er hat die Ansichten aus Richtung Norden und aus Richtung Süden gezeichnet und Tine geschickt.



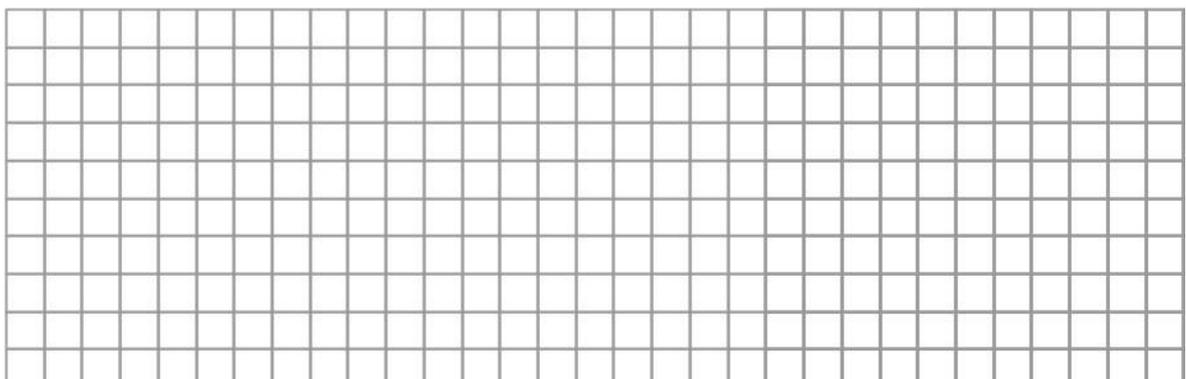
Ansicht aus Richtung Norden



Ansicht aus Richtung Süden

Tine erkennt, dass die Ansichten aus zwei Gründen nicht zueinander passen.

Erkläre, an welchen beiden Merkmalen Tine das herausgefunden hat.



2022 – Lösungen

Aufgabe 1: Auf der Suche nach der Gewinnzahl (5 P)

Hanna und Paul spielen. Hanna darf immer beginnen und eine beliebige natürliche Zahl zwischen 5 und 25 nennen. Danach nennen sie abwechselnd jeweils eine natürliche Zahl.

Die nächstgenannte Zahl muss kleiner als die vorige Zahl sein, aber größer oder gleich der Hälfte der vorigen Zahl.

Wer am Ende die 1 sagen muss, hat verloren.

Als Beispiel siehst Du in der Tabelle zwei Spielverläufe:

Spiel Nr.	Hanna	Paul	Hanna	Paul	Hanna	Paul	Gewinner
erstes Spiel	7	4	2	1			Hanna
zweites Spiel	7	4	3	2	1		Paul

a) Betrachte die folgenden Spielverläufe und trage jeweils ein, wer gewonnen hat.

1 P

Hanna	Paul	Hanna	Paul	Hanna	Paul	Gewinner
14	10	5	3	2	1	Hanna
14	9	5	3	2	1	Hanna
14	7	4	2	1		Paul
14	8	4	2	1		Paul

b) Hanna behauptet:

„Wenn ich die Zahl 5 im Spiel nennen darf, kann ich garantiert gewinnen.“

Schreibe alle möglichen Spielverläufe auf und trage jeweils ein, wer gewonnen hat.

1 P

Hanna	Paul	Hanna	Paul	Hanna	Paul	Gewinner
5	4	3	2	1		Paul
5	4	2	1			Hanna
5	3	2	1			Hanna
5						

Aufgabe 1 (Fortsetzung)

c) Beschreibe, wie Hanna immer gewinnen kann, nachdem sie eine 5 genannt hat. **1 P**

Hanna gewinnt immer, wenn sie nach „5“ auch „2“ nennt.

d) Nun stellt Hanna fest:

„Es gibt weitere Zahlen, bei denen ich garantiert gewinnen kann, wenn ich sie nenne“.

Finde eine dieser Zahlen. **Deine Lösung:** **11 (auch/oder 23)**

Begründe Deine Antwort. **2 P für richtige Zahl und Begründung** **2 P**

„Logische“ Antwort:

Paul darf hier nicht die 5 nennen können (siehe b)

Daher muss Hanna zuvor mehr als das Doppelte von 5 nennen. Hanna kann also immer gewinnen, wenn sie zuerst „11“ sagt; unabhängig davon, welche Zahl Paul dann jeweils nennt.

Zusatz wäre, dies zu zeigen:

H	P	H	P	H	P	H	P	H	...
11	10	5	weiter wie in 1b)						
11	9	5	weiter wie in 1b)						
11	8	5	weiter wie in 1b)						
11	7	5	weiter wie in 1b)						
11	6	5	weiter wie in 1b)						

oder:

Probieren: 12 ist zu groß (Paul kann 11, später 5 nennen), 10 zu klein, dann kann Paul 5 nennen

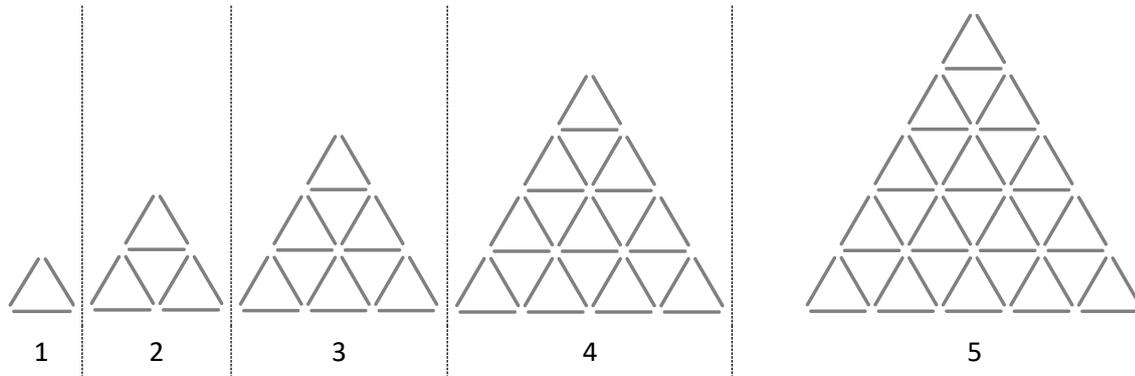
oder:

„Systematisch Probieren“ ab 6 aufwärts bis 1

Aufgabe 2: Dreiecke (6 P)

Lutz legt drei gleiche Hölzer zu einem kleinen Dreieck der Seitenlänge 1 aneinander. Danach legt er an das vorhandene eine weitere Reihe kleiner Dreiecke, bis ein Dreieck der Seitenlänge 2 entsteht.

Er legt weitere Reihen an und lässt Dreiecke der Seitenlänge 3, 4 und 5 entstehen:



a) Lutz interessiert die Anzahl der Hölzer, die zum Bau solcher Dreiecke nötig sind.

Vervollständige die Tabelle:

1 P

Seitenlänge des Dreiecks	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl der Hölzer	3	9	18	30	45	63	84

b) Lutz hat eine Packung mit 200 Hölzern.

2 P

Welche Seitenlänge hat das größte Dreieck, das er aus 200 Hölzern nach dem obigen Schema legen kann?

Schreibe Deine Rechnungen auf.

1 P für Rechnung

Begründung / Rechnung:

z.B. Fortsetzung der Tabelle in 2a) mit Auszählen:

... 8 9 10 **11** (12)

... 108 135 165 198 (234 > 200)

Oder (erkannt):

In der Tabelle gilt: +6, +9, +12, +15...

Oder (berechnet):

66 ist die Gesamtzahl der mit 200 Hölzern (nach obiger Vorlage) herstellbaren Dreiecke (der Seitenlänge 1), denn $200 : 3 = 66, \dots$

Damit lässt sich (nach obigem Schema) ein (maximal) großes Dreieck mit Seitenlänge **11** legen.

Oder:

$(n+1) \cdot n : 2$ ist die Anzahl der Dreiecke mit Seitenlänge 1 und $n =$ (jeweils) größte Seitenlänge des „großen“ Dreiecks; dann gilt: $66 = (n+1) \cdot n / 2 \dots \rightarrow n = 11$.

Deine Lösung: Er kann ein Dreieck mit der Seitenlänge von 11 Hölzern fertigstellen.

1 P für Ergebnis

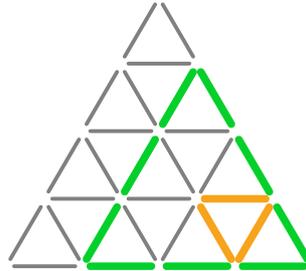
Aufgabe 2 (Fortsetzung)

Lutz entdeckt in den großen Dreiecken viele verschiedene kleine Dreiecke.

Beispiel:

Im Dreieck der Seitenlänge 4 findet er viele Dreiecke der Seitenlängen 1 bis 4.

Ein Beispiel für ein Einedreieck mit der Seitenlänge 1 ist auf dem Bild orange, ein Dreierdreieck der Seitenlänge 3 grün gefärbt.



c) Finde heraus, wie viele verschiedene Dreiecke Du in den großen Dreiecken finden kannst. **3 P**

Fülle die Tabelle aus.

Gegebenes Dreieck Seitenlänge	Enthaltene Dreiecke						
	Einer	Zweier	Dreier	Vierer	Fünfer	Sechser	Siebener
1	1	–	–	–	–	–	–
2	4	1	–	–	–	–	–
3	9	3	1	--	--	--	--
4	16	7	3	1	--	--	--
5	25	13	6	3	1	--	--
6	36	21	11	6	3	1	--
7	49	31	18	10	6	3	1

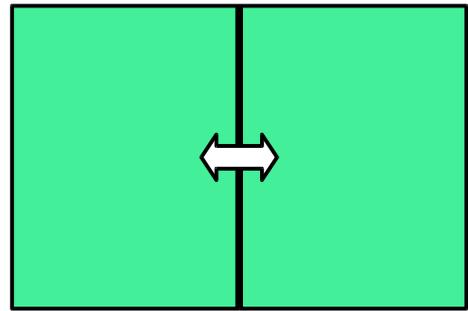
1 P für Spalte der Einer und Zweier (je 0,5),

1 P für Dreier und Vierer,

1 P für Fünfer, Sechser, Siebener

Aufgabe 3: Kleingärten (4 P)

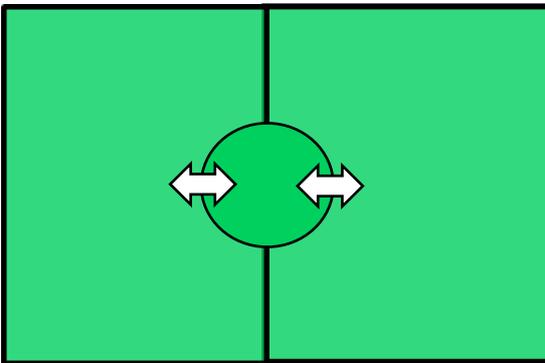
Ein rechteckiges Grundstück soll vollständig für Kleingärtner aufgeteilt werden. Dabei sollen keine Wege zwischen den Grundstücken angelegt werden. Da zwischen den Garteneigentümern ein guter Kontakt gewünscht ist, soll jeder eine Gartentür zu jedem der anderen Gärten haben. Dabei sind Form und Größe der einzelnen Gärten beliebig wählbar. Im Beispiel wurde das Grundstück in zwei Gärten eingeteilt. Der Doppelpfeil stellt die Gartentür dar.



Zerlege das Grundstück und zeichne jeweils die Grundstücksgrenzen und alle notwendigen Türen (als Doppelpfeil) ein, wenn das Grundstück in...

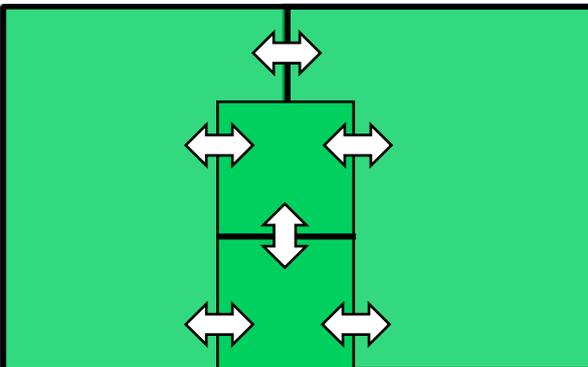
a) ... drei Gärten eingeteilt werden soll,

(viele Formen möglich) 1 P



b) ... vier Gärten eingeteilt werden soll.

1 P



Aufgabe 3 (Fortsetzung)

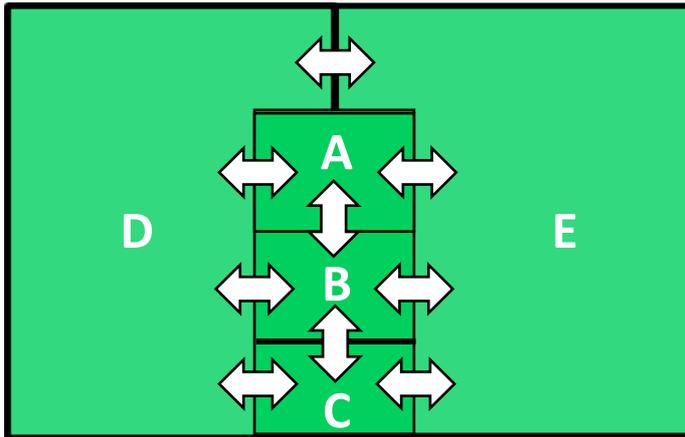
- c) Die fünf Kleingärtner A, B, C, D und E merken, dass es für sie nicht möglich ist, die Gärten so anzulegen, dass jeder eine Gartentür zu jedem der anderen Gärten hat.

Zerlege das Grundstück so, dass alle Gärtner möglichst viele Türen zu Nachbargärten haben.

Bezeichne die Gärten mit A, B, C, D, E und gib an, welche Gärten keine Gartentür zueinander haben.

Die Gärten **A** und **C** haben keinen Zugang zueinander.

2 P



1P für Nennung von 1 Paar,
1P für Skizze

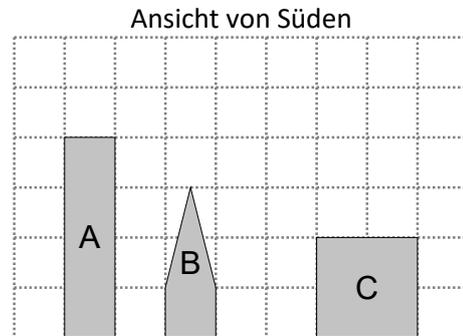
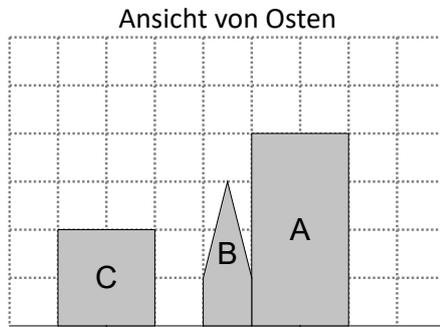
(Insgesamt 1 P bei 2 Paaren mit/und
entsprechender Skizze)

Aufgabe 4: Rundherum betrachtet (5 P)

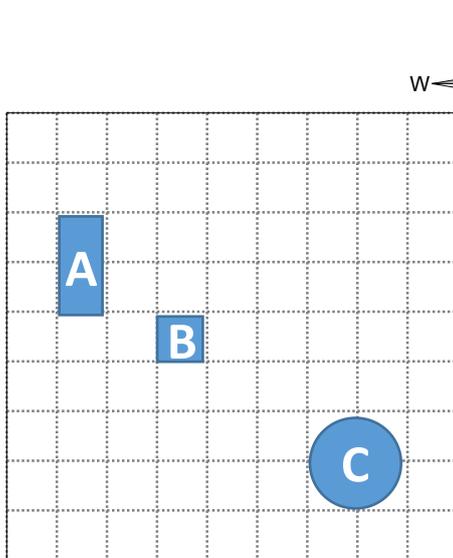
Tine baut kleine Städte aus Bausteinen auf einem quadratischen Feld auf, das je 9 Kästchenlängen lang und breit ist.

a) Tines erste Stadt besteht aus 3 Gebäuden.

Sie legt sich auf den Fußboden und betrachtet ihre Stadt aus zwei Richtungen:



Zeichne in die untenstehende Skizze für einen Stadtplan die Gebäudeumrisse aus der Sicht von oben ein. Achte auf die richtige Lage und die richtige Größe. **2 P**

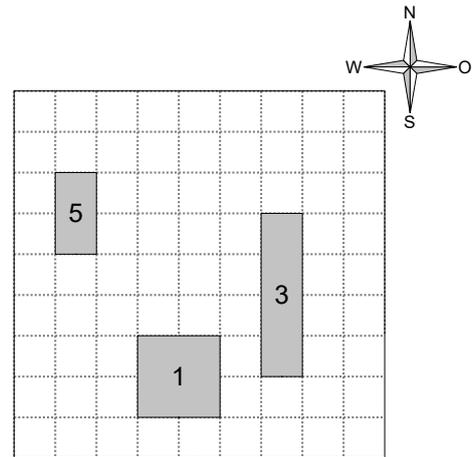


1 P für korrekte Ausrichtung links/rechts,
1 P für korrekte Ausrichtung oben/unten

Aufgabe 4 (Fortsetzung)

b) Ihre zweite Stadt möchte Tine nur aus Quadern bauen.

Zuerst zeichnet sie einen Stadtplan, in dem die Zahl in jedem Gebäude dessen Höhe in Kästchenlängen angibt.



Zeichne die Stadtansicht aus Richtung Osten.

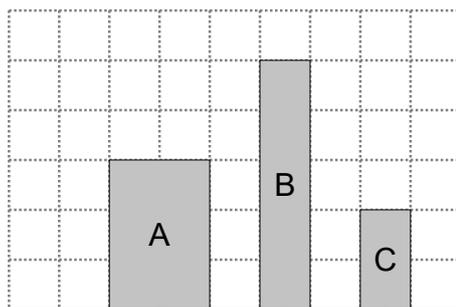
1 P

Bei der Lösung können nur die äußeren Umrisse gezeichnet werden, es muss nichts gestrichelt eingezeichnet sein, was sich hinter einem anderen Gebäude befindet.

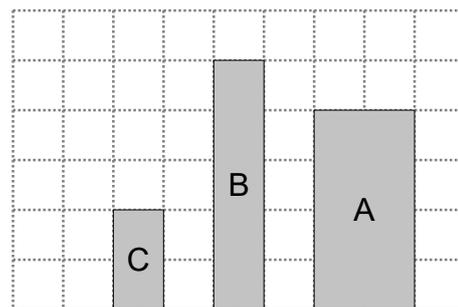


c) Tines Freund Pepe hat auch eine Stadt gebaut.

Er hat die Ansichten aus Richtung Norden und aus Richtung Süden gezeichnet und Tine geschickt.



Ansicht aus Richtung Norden



Ansicht aus Richtung Süden

Tine erkennt, dass die Ansichten aus zwei Gründen nicht zueinander passen.

Erkläre, an welchen beiden Merkmalen Tine das herausgefunden hat.

2 P

(je 1 P für ein Merkmal)

Die Gebäude A, B und C sind in der „Ansicht aus Richtung Norden“ ein Kästchen weiter rechts als dies in der „Ansicht aus Richtung Süden“ der Fall ist.

Gebäude A ist in „Ansicht aus Richtung Norden“ niedriger als in „Ansicht aus Richtung Süden“