Gemeinsame Herbsttagung der GDM-Arbeitskreise "Problemlösen" und "Argumentieren, Begründen und Beweisen"

am 26. & 27. September 2024 in Rostock

Tagungsprogramm für Donnerstag / Program for Thursday

Do., 26.09.	AK Problemlösen / Problem Solving	AK Argumentieren / Argumentation
9:00-9:30	Ankommen + Anmelden / arrival + registration (Foyer 1. Etage)	
9:30-9:55	Gemeinsame Eröffnung / joint opening (SR 124)	
10:00-10:40	**Teachers' perspectives on authentic problem-solving in regular lessons and MINTco@NRW (SR 124)** Gero Stoffels	**Das Zusammenspiel von Lehrkrafthandlungen und mathematischen Argumentationen im Unterricht (SR 126)** Fiene Bredow & Christine Knipping
10:45-11:25	**Feedback as a practice? - Analysis of problem-based teaching (SR 124)** Christine Luise Brungs & Yasmin Theile	**Argumentieren, Begründen und Beweisen unterscheiden lernen (SR 126)** Verena Spratte & Michael Meyer
11:25-13:00	*Mittagspause / lunch break*	
13:00-14:30	**What is the Problem with Teaching Problem Solving? (HS 323)** John Mason	
14:30-14:45	*Kaffeepause / coffee break (Foyer 1. Etage)*	
14:45-15:25	**Switching vs. carrying on - does switching behaviour determine problem-solving success? (HS 323)** Thomas Gawlick	
15:30-16:10	**What is "Problem-Solving" and how can we teach it? Evaluation of a problem-solving seminar for pre-service teachers (HS 323)** Deng-Xin Ken Oehler & Matthias Ludwig	
16:10-16:20	*Kaffeepause / coffee break (Foyer 1. Etage)*	
	Postersession (SR 124 & 126)	
16:20-17:20	**Teachers' professional development programs regarding mathematical problem solving: A systematic review.** Tim Karpuschewski & Benjamin Rott **Error Climate and Problem Solving – Core Ideas of a Research Project** Hendrik Streit & Benjamin Rott **Außermathematisches Problemlösen im Projekt Authentic Optimizing** Johannes Klaas, Frederik Dilling & Ingo Witzke **MINTco@NRW – Entwicklung von Auffassungen von Mathematik und Selbstwirksamkeitserwartungen der Schüler*innen durch authentisches MINT-Problemlösen** Julia Schäfer & Jacqueline Köster	**Counterexamples to recipes in the context of Calculus** Michael Fischer **Wann ist ein Axiomensystem ein Axiomensystem?** Walther Paravicini, Martin Sauer & Verena Spratte **Analyse des Beweisverständnisses von Mathematikstudierenden in der Studieneingangsphase** Svenja Kaiser, Markus Vogel, Leif Döring & Stefan Münzer **Heuristische Lösungsbeispiele in der Hochschulausbildung von Grundschullehrkräften - Gestaltung und Einsatz zur Verbesserung der Begründungskompetenz** Wiebke Neumann
ab 18:00	Konferenzdinner / conference dinner (Café Central, Leonhardstraße 22)	

Tagungsprogramm für Freitag / Program for Friday

Fr., 27.09.	AK Problemlösen / Problem Solving	AK Argumentieren / Argumentation
8:20-9:00	**Analyse von studentischen Problemlösetagebüchern (SR 124)** Yasmin Theile & Jan-Hendrik de Wiljes	
9:05-9:45	**Eine Analyse des Strategieeinsatzes von Lehramtsstudierenden beim Aufwerfen von mathematischen Problemen (SR 124)** Swantje Rautenberg & Inga Gebel	**Design Principles for learning environments to support proving in primary school (SR 126)** Melanie Platz
9:45-10:00	*Kaffeepause / coffee break (Foyer 1. Etage)*	
10:00-11:30	**What is the Reason that Reasoning is Difficult to Teach? (HS 323)** John Mason	
11:30-13:00	*Mittagspause / lunch break*	
13:00-13:40	**Was ist eine Primzahl? Hat jemand einen Bleistift? Tatsächliche Schwierigkeiten beim Problemlösen in realistischen Schulkontexten (SR 124)** Inga Gebel	**„Write more with formulas“- Recognition of writing conventions in technical language in proofs (SR 126)** Nathania de Sena Maier & Silke Neuhaus-Eckhardt
13:45-14:25	**Irrungen und Wirrungen – KI an ihren Grenzen? (SR 124)** Wilfried Dutkowski	**Experimental, operational or formal? Selected examples of CAS-assisted proofs in university-level mathematics (SR 126)** Kinga Szűcs **bis 14:45**
	offener Austausch und Tagungsnachlese / open exchange and conference review	

Keynote Workshops

What is the Problem with Teaching Problem Solving? John Mason
Participants will be invited to work on several ‘problems’ and to discuss what it is about problem solving that makes it difficult to teach. My own approach is to engage learners in ‘mathematical thinking' (problem solving) at every possible moment.
What is the Reason that Reasoning is Difficult to Teach? John Mason
Participants will be invited to undertake different forms of reasoning, and to discuss what it is about reasoning that makes it difficult to teach. My own approach is to engage learners in reasoning at every possible moment. But how does one shift learners from accepting what they are told, to justifying it for themselves?

Vorträge / Presentations: AK „Problemlösen“ / „Problem Solving“

Zeitrahmen für die Vorträge: 20 Minuten Präsentation + 20 Minuten Diskussion

Teachers' perspectives on authentic problem-solving in regular lessons and MINTco@NRW Gero Stoffels
The MINTco@NRW project provides students with the opportunity to solve mathematical problems based on real and unsolved problems from cooperating companies over a longer period of time (approx. 3 months) in internationally mixed teams. In the upcoming school year 2024/2025, such longer-term problem-solving processes will be implemented in the form of various teaching and learning settings in three schools from NRW and will be scientifically monitored by the University of Cologne and the University of Siegen. Similar projects have already been carried out in extracurricular settings (Stoffels & Holten 2022). The transfer to school teaching poses various challenges. In addition to the need to develop concrete teaching, learning and examination settings for the various teaching scenarios, the support of the student groups by the mathematics teachers on site poses a particular challenge. This addresses various areas of teacher competence (Marx & Stoffels, 2023). One of these areas of competence is the mentoring of authentic problem-solving processes. The presentation shows the perspectives of teachers from the extracurricular pilot cycle of MINTco@NRW from spring 2024, who accompanied their students in the extracurricular setting of a longer-term problem-solving process. The data basis is formed by the final interviews with the participating teachers, which were evaluated in terms of a structuring qualitative content analysis (Mayring, 2015). The study focuses on the teachers' general views on problem solving (Arıkan 2016, Cai 2004), the teachers' views on presumed students' perspectives and abilities to solve problems (Ford 1994, Stoffels 2023), and in particular the teachers' perceived similarities and differences in problem-solving processes in their (mathematics) lessons compared to the MINTco@NRW project. Finally, the results are discussed with regard to concrete implementation and teacher professionalization (Anderson 2005) in the 2024/25 school year.
Feedback as a practice? - Analysis of problem-based teaching Christine Luise Brungs & Yasmin Theile
Teaching practices are a central topic of empirical competence and expertise research in mathematics education (e.g., Häsel-Weise & Nührenbörger, 2020; Prediger, 2019; Prediger & Buró 2020; Grossman, 2018). They can be defined as “routinised, recurring patterns of utterances and actions by teachers to cope with certain challenging situations in a specific teaching context” and are part of the competence of teachers (Brungs, Buchholtz & Rott, 2023, p. 60, translated by authors). However, there is a lack of research on specific practices in the classroom context. Therefore, a study design is presented that examines problem-oriented teaching at primary level with regard to practices. The focus here is on feedback from teachers to their students, as the latter have increased difficulties in recognising their mistakes or integrating them into their learning process in a goal-oriented way, especially in problem-based lessons (Heinrich et al., 2014). In this context, feedback is defined as “a consciously designed reaction of a professional nature to observations of mathematics-related activities or statements made by a learner” (Klopfer, 2018, p. 78, translated by authors), whereby giving feedback can be interpreted as a practice in certain cases. “The aim of feedback is to support an increase in knowledge or the acquisition of skills in the cognitive area or to provide suggestions for a meaningful design of the further learning

process” (Klopfer, 2018, p. 78, translated by authors). Overall, feedback is one of the strongest factors influencing student learning (e.g., Hattie, 2012). In order to investigate the feedback practices of teachers in problem-based lessons, a sequential multi-method design was developed in which data on the recurring patterns of utterances and actions of teachers are collected using semi-structured interviews, video-based lesson observations and video-stimulated recalls. The data will be analysed qualitatively and in this form will allow differentiated statements to be made about the self-reported, observable and articulable elements of feedback practices in problem-based lessons.

Switching vs. carrying on - does switching behaviour determine problem-solving success?
Thomas Gawlick

Heinrich (2004) showed the importance of strategic flexibility (the ability to adapt the approach to achieve the goal) in 11 detailed case studies of solution processes of problems P1 and P3. Subsequently, we examined the switching behaviour in 8 solution processes of problem P1 videotaped by us and observed three types of inappropriate behaviour: doubtful, haphazard and narrow-minded. We were able to characterise them with the parameters number of ansatzes, number of ansatz switches and number of approach switches, which also lead us to identify a type with appropriate switching behaviour: determined. We consider the transferability of these findings to problem P3 and other problems as well as suggestions for their use in teaching practice. In the discussion, it could be ventilated whether switching behaviour also plays an important role in argumentation, for example when an argument turns out to be unsound or too verbose, and whether there are already research results on this.

Analyse von studentischen Problemlösetagebüchern
Yasmin Theile & Jan-Hendrik de Wiljes

Im Rahmen einer Lehrveranstaltung zum Thema „Problemlösen“, die erstmalig im Sommersemester 2024 an der Universität zu Köln stattgefunden hat, wurden Student:innen der Studiengänge Lehramt an Grundschulen sowie Sonderpädagogische Förderung dazu aufgefordert, Problemlösetagebücher semesterbegleitend zu erstellen. Diese bieten unter anderem die Möglichkeit Problemlöseprozesse zu erfassen, zu beurteilen und zu reflektieren (Holzäpfel et al., 2018). Ziel des Einsatzes von Problemlösetagebüchern war zum einen die kontinuierliche Auseinandersetzung und Reflexion der eigenen Problemlöseprozesse, sowie das Kennenlernen einer Methode zum Erfassen und Beurteilen von Problemlöseprozessen von Schüler:innen. Um die Studierenden bei der Erstellung ihres Tagebuchs zu unterstützen, wurden zu Beginn des Semesters gemeinsam Kriterien zu dessen Gestaltung hergeleitet. Im Laufe der Veranstaltung haben die Studierenden verschiedene Aspekte mathematischer Problembearbeitungen kennengelernt, die sie in ihre eigenen Versuche integrieren konnten. Ob und in wie weit dies gelungen ist, wird in diesem Vortrag thematisiert. Ferner werden detaillierte Einblicke in die studentischen Problemlösetagebücher gegeben und weitere mögliche Analyseaspekte diskutiert.

What is “Problem-Solving” and how can we teach it? Evaluation of a problem-solving seminar for pre-service teachers
Deng-Xin Ken Oehler & Matthias Ludwig

Mathematical problem-solving has a long tradition in educational research of mathematics and is expected to be an integral part of teaching mathematics at school. At university, however, courses that focus explicitly on the teaching of problem-solving at school are – if existent – rarely compulsory. In this article, a seminar is presented and evaluated that attempts to give a realistic impression of what it means to teach problem-solving at school by working with real groups of students.

Eine Analyse des Strategieeinsatzes von Lehramtsstudierenden beim Aufwerfen von mathematischen Problemen
Swantje Rautenberg & Inga Gebel

Im Aufwerfen von problemhaltigen Mathematikaufgaben (engl. Problem Posing) liegt großes Potenzial, um ein tiefergehendes Verständnis für Strukturen von mathematischen Problemen zu entwickeln. Lehrende wie Lernende nehmen das Aufwerfen als herausfordernde Tätigkeit wahr. Eine Systematisierung heuristischer Strategien, die in diesem Prozess unterstützen können, liegt in der Fachliteratur noch nicht einheitlich vor und stellt die Forschungslücke der vorliegenden Untersuchung dar. Vier Lehramtsstudierende wurden aufgefordert, Probleme basierend auf einer unstrukturierten und einer strukturierten Ausgangssituationen aufzuwerfen und währenddessen laut zu denken. Die Transkripte der einzelnen Prozesse konnten qualitativ hinsichtlich des Strategieeinsatzes untersucht werden. Dafür wurden Kategorien deduktiv abgeleitet, induktiv ergänzt und zusätzlich der Strategieeinsatz mit den vier Phasen des Prozessmodells von Cai und Rott (2023) in Verbindung gesetzt. Es konnten neun Strategien identifiziert werden, welche entweder die Neuentwicklung oder die Neufassung einer problemhaltigen Aufgabe begünstigen. Zudem war es möglich, die Strategien konkreten einzelnen Phasen des Prozessmodells zuzuordnen. Die Ergebnisse der Studie ermöglichen eine erste Systematisierung heuristischer Strategien für den Prozess des Aufwerfens von Problemen. Die gefundenen Strategien können durch weitere Untersuchungen ergänzt und präzisiert sowie für ein gezieltes Heurismentraining im Prozess des Aufwerfens aufbereitet werden.

Was ist eine Primzahl? Hat jemand einen Bleistift? Tatsächliche Schwierigkeiten beim Problemlösen in realistischen Schulkontexten

Inga Gebel

Mathematisches Problemlösen bietet ein unbestreitbares Potenzial für das Erlernen von Mathematik und stellt daher einen verbindlichen Kompetenzbereich dar. Studien zur tatsächlichen Umsetzung in der Schulrealität (mit heterogenen Lerngruppen) sind jedoch marginal. Im DiPa-Projekt (Differenzierter Problemlösekompetenzaufbau) wird mit einem Unterrichtskonzept und spezifischem Aufgabenmaterial den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen begegnet. Eine qualitative Videoanalyse von acht Schüler:innen gibt Aufschluss darüber, inwieweit die Barrieren im Problemlösungsprozess auf strategische Schwierigkeiten oder eher auf mangelnde Motivation, unzureichende Basiskompetenzen oder äußere Bedingungen zurückzuführen sind. Die Ergebnisse liefern nützliche Schlussfolgerungen für die Evaluation des Aufgabenmaterials und des Unterrichtskonzepts sowie für die generelle Umsetzung von mathematischen Problemen.

Irrungen und Wirrungen – KI an ihren Grenzen?

Wilfried Dutkowski

In sozialen Netzwerken findet man immer wieder interessante Applets, meist als Video, die den mathematisch interessierten Menschen herausfordern. Dabei sind Videos insofern ein Ärgernis, dass in der Regel nur zum Staunen angeregt wird. Teilweise werden jedoch auch Fragen aufgeworfen. „Auf welcher Kurve bewegt sich der Mittelpunkt J?“ ist ein Beispiel für solch eine aufgeworfene Frage bezogen auf einen Videoausschnitt. Der Vortrag beantwortet diese Frage, zeigt aber den Problemlöseprozess, der über Irrwege und Werkzeugüberschätzung zu den Kegelschnitten führte, die schon immer ein probates Mittel darstellten, Problem zu lösen. Das Wissen um die Kegelschnitte gehört nicht mehr zu den Standarthemen des Mathematikunterrichts, böte aber eine sinnvolle Ergänzung für einen problemlösenden Unterricht, was an Hand dieses Beispiels aufgezeigt wird. Unter Zuhilfenahme des modularen Mathematiksystems GeoGebra werden die Applets vorgestellt, die diesen Lern-Prozess begleitet haben.

Vorträge/Presentations: AK „Argumentieren“ / „Argumentation“

Einzelvorträge / Talks

Zeitrahmen für die Einzelvorträge: 40 Minuten Präsentation + 20 Minuten Diskussion

Experimental, operational or formal? Selected examples of CAS-assisted proofs in university-level mathematics

Kinga Szűcs

CAS (Computer Algebra System) is often used in school for drawing function graphs, dealing with a large amount of data, or reducing the number of calculation steps. However, beyond the possibilities mentioned above, current exploratory research in mathematics education focuses on exploring digital access to proofs and checking their suitability for teaching. Given the fact that proofs have recently almost completely disappeared from mathematics classrooms (Brunner, 2014), this topic is of particular interest to mathematics-education researchers. In the speech, some selected examples – with a primary focus on university-level mathematics – will be presented as well as discussed in the paradigm of experimental, operational and formal proof (Wittmann & Müller, 1988). In addition, initial experiences with CAS-assisted proofs at the University of Erfurt will be reported.

Kurzvorträge / Short presentations

Zeitrahmen für die Kurzvorträge: 40 Min. gesamt, ca. 20 Minuten Präsentation + 20 Minuten Diskussion

Das Zusammenspiel von Lehrkrafthandlungen und mathematischen Argumentationen im Unterricht

Fiene Bredow & Christine Knipping

In diesem Vortrag werden Handlungen von Lehrkräften beim mathematischen Argumentieren im Unterricht der achten Klasse betrachtet. Dabei wird in dieser Studie inhaltlich auf den Übergang von der Arithmetik zur Algebra fokussiert. Die Identifizierung und Charakterisierung von Lehrkrafthandlungen in mathematischen Argumentationen bietet eine empirische Grundlage, um zu analysieren, wie diese Lehrkrafthandlungen in den mathematischen Argumentationsprozessen wirken und wie sie Möglichkeiten und Lerngelegenheiten zum mathematischen Argumentieren für Schüler:innen schaffen. In der Forschungsliteratur werden bereits verschiedene Lehrkrafthandlungen beschrieben, die in mathematischen Argumentationsprozessen auftreten. In diesem Vortrag wird anhand von zwei unterrichtlichen mathematischen Argumentationsprozessen aufgezeigt, wie Lehrkrafthandlungen mathematische Argumentationen rahmen und beeinflussen. Im ersten Datenbeispiel begründet ein Schüler mit Hilfe von Variablen die Teilbarkeit der Summe von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen durch drei. Das zweite Beispiel ist eine Unterrichtssituation, in welcher zwei Schülerinnen mit einem Punktemuster argumentieren, dass die Summe von einer geraden und einer ungeraden Zahl eine ungerade Zahl ist. In den unterrichtlichen mathematischen Argumentationsprozessen zeigt sich, dass Lehrkrafthandlungen sowohl konstruktiv als auch eher hinderlich für den mathematischen Argumentationsprozess der Schüler:innen sein können. Auch ist der Einfluss von Lehrkrafthandlungen auf die mathematischen Argumentationen und die entstehenden mathematischen Argumente situationsabhängig.

Argumentieren, Begründen und Beweisen unterscheiden lernen

Verena Spratte & Michael Meyer

Die drei Begriffe des Begründens, Argumentierens und Beweisens prägen nicht nur den Namen dieses Arbeitskreises, sondern finden sich in der Mehrheit der Bildungsvorgaben für das Fach Mathematik. Das Argumentieren wird dabei oft als namensgebend für eine prozessbezogene Kompetenz genutzt und fungiert in diesem Sinne häufig als Oberbegriff. Gleichwohl ist das Verhältnis des Begründens, Argumentierens und Beweisens zueinander zumindest im aktuellen Forschungsdiskurs nicht eindeutig bestimmt.
Ziel eines laufenden Forschungsprojekts ist es, das Begriffsverständnis zum Begründen, Argumentieren und Beweisen angehender Lehrkräfte zu untersuchen und erste Hypothesen zu gewinnen, wie ihre Unterscheidung der Begriffe den Umgang mit konkreten Produkten von Schüler:innen prägt. Aus einer Umfrage unter 218 Studierenden des Mathematiklehramts verschiedener Schulstufen werden zunächst in unabhängigen Auswertungen Merkmale des Begründens, Argumentierens und Beweisens erarbeitet. Anschließend werden die

entstandenen Kategoriensysteme auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede untersucht und die Kodierung deskriptivstatistisch aufbereitet. Neben dem Einfluss von Studienfach und Studienphase auf das Begriffsverständnis werden u. a. Interaktionen in der Nennung einzelner Merkmale über die drei Begriffe hinweg betrachtet.

Design Principles for learning environments to support proving in primary school
Melanie Platz

The project Prim-E-Proof aims to generate substantial learning environments to support proving skills at the primary level. Several learning environments that allow the discovery of an assertion, like “the sum of two odd numbers is always even“ or “the sum of three consecutive numbers is three times the middle number“, were developed and tested with primary school children in clinical interviews. The interviews were analyzed on the epistemic actions recognizable in the proving activities using Abstraction in Context, and proof levels and indications for the further development of the learning environments were derived. The learning environments were iteratively optimized through Design Science Research, and Design Principles were formulated.

„Write more with formulas“- Recognition of writing conventions in technical language in proofs
Nathania de Sena Maier & Silke Neuhaus-Eckhardt

Proving is a major challenge for many students at the transition to university. A look to students' attempts at proof, shows that there are breaches of convention or errors, especially in the use of technical language. One possible reason for this could be that students are not sufficiently familiar with the writing conventions for university proofs with regard to technical language or do not consider them important and therefore do not follow them. In this project, we would therefore like to determine in a first step which breaches of convention students are already able to recognize independently at the beginning of their studies and to what extent they revise these breaches of convention. For this purpose, students for primary and secondary school teachin$N = 26$ g with mathematics as a subject were presented with a proof attempt from number theory in a preliminary course, which contained frequently occurring breaches of convention in the technical language.
The unmarked breaches of convention were partly derived from the literature and partly determined inductively in a study of breaches of convention in student proofs. The students were given the task of reading the proof attempt and marking and improving the breaches of convention they recognized. The data was evaluated using a qualitative content analysis. A distinction was made as to whether the students recognized and improved the breaches of convention correctly, recognized and did not improve adequately, recognized but did not improve, or did not recognize. The results show that, with the exception of breaches of convention in the introduction of variables, the students hardly recognized and correctly improved any breaches of convention. In some cases, students marked breaches of convention but were unable to indicate why they were breaches of convention and what would have been a more appropriate spelling. The analysis also revealed that the students also had misconceptions about technical language. For example, many students stated that statements had to be written in symbolic notation in order to be considered mathematically correct. A first practical implication of these results for university teaching is that certain writing conventions for proofs should be addressed more strongly at the beginning of studies and that the use of technical language must also be taught and practiced in a targeted manner.

Poster

AK „Problemlösen“ / „Problem Solving“

Teachers’ professional development programs regarding mathematical problem solving: A systematic review

Tim Karpuschewski & Prof. Dr. Benjamin Rott

Problem solving is a crucial skill in mathematics education (KMK, 2004; NCTM, 2000), yet many teachers have little contact with mathematical problem solving during their first or second phase of teacher education, namely their university studies and their vocational training (Referendariat), and therefore indicate the need for further professional training (Herolf-Blasius et al., 2019; Jäger & Bodensohn, 2007). This highlights the need for professional development (PD) programs to address this issue in the so-called third phase of teacher education. However, it is hard to say whether existing programs are suited to address those needs, as there is a lack of comprehensive reviews and comparisons of such programs, and their effectiveness and evaluation methods remain unclear. To address this gap, we conducted a systematic review to identify and analyze PD programs focused on mathematical problem solving. The search took place in the databases ERIC, PsycINFO, Web of Science, PsycARTICLES, MathSciNet and PsyINDEX as well as in the most reputable mathematics education journals (as identified by Toerner & Arzarello, 2012). Additionally, research in conference proceedings (PME, ICME, etc.) and PD databases of German federal states provided a more complete overview of the existing programs and their evaluations. For each project, data was gathered on key characteristics such as duration, number of participants, and main content. We particularly examined measures of program effectiveness, categorizing them according to Lipowsky and Rzejak's (2015) four impact levels: (1) participant satisfaction and acceptance, (2) enhancement of teachers’ knowledge and motivation, (3) improvement in teaching practices and quality, and (4) student development in terms of performance and motivation. Through research in these databases and journals, we found 215 articles, of which 95 were classified as relevant. So far, over 20 different PD-programs have been identified and included in the evaluation.

Error Climate and Problem Solving – Core Ideas of a Research Project

Hendrik Streit & Benjamin Rott

Regularly published research results on problem solving in mathematics education often lead to a diverse array of suggestions for teaching for and via problem solving. One aim of this research project is to generate a representative and structured overview of these suggestions. A scoping review is conducted to answer the question of what, according to the researchers, constitutes successful teaching for and via problem solving and what conditions should be fulfilled in advance of a lesson. The second aim of the project concerns errors made by pupils when solving problems. Heinrich (2015) claims, that dealing with errors can improve pupils’ problem-solving skills. Additionally, taking into account Steuer’s (2014) error climate model, the assumption quickly arises that a positive error climate contains many characteristics that support successful problem solving in mathematics lessons. This assumption will be examined with the help of the findings of the scoping review and an empirical study. Overall, the project aims to contribute to providing teachers with a structured and research-based understanding of how they manage to successfully guide problem-solving processes in mathematics lessons and what influence the error climate has on this.

Außermathematisches Problemlösen im Projekt Authentic Optimizing

Johannes Klaas, Dr. Frederik Dilling & Prof. Dr. Ingo Witzke

Problemlösen (lernen) stellt Schüler:innen und auch Lehrkräfte vor (große) Herausforderungen (vgl. Rott, B., Bruder, R., Heinrich, F., Bauer, C. (2023)). Mit dem Projekt Authentic Optimizing: School Co-Creation for STEM bieten wir im Rahmen einer AG Schüler:innen der Mittel- und Oberstufe die Möglichkeit, sich längerfristig und unterstützt durch Mentor:innen mit echten und innovativen mathematikhaltigen Problemstellungen auseinanderzusetzen. Fester Partner in diesem Projekt ist REWE digital, eine Tochter der REWE Group, mit welcher gemeinsam die Problemstellungen aus dem Unternehmen identifiziert und didaktisch aufbereitet werden. In diesem Poster wird das im Frühjahr 2023 gestartete Projekt mit seinen Forschungsansätzen und ersten Ergebnissen dargestellt. Eine Forschungsfrage und Herausforderung im Projekt ist die Unterstützung der Schüler:innen auf verschiedenen Ebenen durch Mentor:innen im Projekt (vgl. Bsp. Schoenfeld 1985). Eine weitere Forschungsfrage im Projekt liegt darin, wie man einen für das Projekt greifbaren und wissenschaftlich fundierten Begriff der Mathematikhaltigkeit entwickeln und Probleme bewusst mathematisieren kann. Teil des

Projekts ist ebenso eine Analyse von Schulbüchern, die Authentizität und Modellbildung in Aufgaben und Lehrtexten untersucht.

MINTco@NRW – Entwicklung von Auffassungen von Mathematik und Selbstwirksamkeitserwartungen der Schüler*innen durch authentisches MINT-Problemlösen

Julia Schäfer & Jacqueline Köster

MINTco@NRW ist ein dreijähriges Kooperationsprojekt der Universität Siegen und der Universität zu Köln, an dem zehn Schulen aus Nordrhein-Westfalen teilnehmen. Ziel des Projektes ist die Integration von langfristigen Problemlösephasen in den regulären Unterricht der Sekundarstufe I und II. Die Schüler*innen arbeiten dabei gemeinsam mit Counterparts aus den USA an authentischen, ungelösten und mathematikhaltigen MINT-Problemen, die auf Problemstellungen aus Unternehmen basieren. Eine Forschungsperspektive im Rahmen des Projektes liegt auf der Untersuchung der Mathematikhaltigkeit. Dabei wird die problemhaltige Lernumgebung identifiziert und analysiert, um festzustellen, inwiefern sie mathematische Inhalte enthalten und die Schüler*innen zu mathematischen Aktivitäten anregen. Hierbei stellt sich die Frage was unter Mathematik und mathematischen Aktivitäten zu verstehen ist. Der Plan ist, Schüler*innen im Problemlöseprozess zu videografieren und ihre Aktivitäten hinsichtlich der Mathematikhaltigkeit zu kategorisieren. Hierbei werden Korrelationen zwischen der problemhaltigen Lernumgebung und den Auffassungen von Mathematik der Schüler*innen sowie ihren mathematischen Aktivitäten rekonstruiert. Durch die langfristige Problemlösephase (vier Monate) können mögliche Veränderungen der Auffassungen von Mathematik der Schüler*innen aufgezeigt werden. Eine weitere Forschungsperspektive ist es zu analysieren, inwiefern das Projektsetting die Selbstwirksamkeitserwartung der Schüler*innen in Bezug auf authentische, ungelöste Problemlöseaufgaben beeinflusst. Mithilfe eines qualitativen Case-Study-Designs werden die Entwicklungen in der Selbstwirksamkeit sowie der mathematischen Kompetenzen detailliert analysiert.

Heuristische Lösungsbeispiele in der Hochschulausbildung von Grundschullehrkräften - Gestaltung und Einsatz zur Verbesserung der Begründungskompetenz

Wiebke Neumann

Im grundlegenden Mathematikmodul an der Freien Universität Berlin im Sommersemester 2024 berichten angehende Grundschullehrkräfte von Herausforderungen bei der Bewältigung der (Haus)aufgaben, insbesondere solche in welchen auf verschiedenen „Niveaus“ begründet werden muss (Rückmeldungen u.a. „Teilweise zu hohes Niveau für Grundschulmathe // BGN sind schwierig“ oder „Die Hausaufgaben haben es echt in sich. BGN1 und 2 ist echt schwer“.)

In solchen Settings gelten heuristische Lösungsbeispiele als ein vielversprechender Ansatz, um die Begründungskompetenz zu fördern und die kognitive Belastung zu reduzieren. Sie machen nicht nur die Lösung einer Aufgabe transparent, sondern zugleich auch die zugrunde liegenden heuristischen Strategien, was den Studierenden das Verständnis erleichtert. Bei deren Konzeption spielen Gestaltungsprinzipien wie Segmentierung, Selbsterklärungsaufforderungen und Reflexionsaufträge eine wichtige Rolle.

Das Poster stellt sowohl ein erarbeitetes heuristisches Lösungsbeispiel als auch das geplante Studiendesign vor, anhand dessen die Integration dieser Beispiele in das Tutorienkonzept des Mathematikmoduls untersucht und deren Einfluss auf die Begründungskompetenz sowie die Motivation, die Selbstwirksamkeit und das Growth Mindset in Bezug auf Mathematik analysiert werden sollen.

AK „Argumentieren, Begründen und Beweisen“ / „Argumentation“

Counterexamples to recipes in the context of Calculus

Michael Fischer

The task of graphical differentiation is often classified as procedural. This is largely due to the prevalence of mnemonic rules found on the internet, YouTube, or in textbooks, which promote a recipe-like approach where the individual steps do not need to be understood conceptually. In light of this, particularly in the era of computer algebra systems, the relevance of such tasks can be called into question. However, from a didactic standpoint, they can be justified, for instance, in the transition from the derivative at a point to the derivative function, within the context of argumentation and reasoning in upper secondary education, or when exploring the concept of reconstructing an antiderivative.

Building on this, we conducted task-based interviews with first-year students, where they were confronted with counterexamples that challenged their recipes. These counterexamples encouraged them to refine their approaches based on conceptual reasoning. To analyze both the process and the outcomes of the students' work, we adapted an established framework for handling counterexamples in the context of proving.

Wann ist ein Axiomensystem ein Axiomensystem?

Walther Paravicini, Martin Sauer & Verena Spratte

Axiome spielen für den deduktiven Aufbau der Mathematik eine entscheidende, im Mathematikstudium jedoch oft eine untergeordnete Rolle. Dabei scheint es große Unterschiede zwischen Lehrveranstaltungen verschiedener Disziplinen wie Geometrie, Wahrscheinlichkeitstheorie oder der Einführung in die Analysis zu geben. Unklarheit herrscht nicht nur über die Lehrziele, die in verschiedenen Lehrveranstaltungen in Verbindung mit unterschiedlichen Axiomensystemen gestellt werden. Kontroverser und grundlegender noch ist die Frage, ob etwa die Axiome für Gruppen, Ringe, Körper den gleichen Status haben wie beispielsweise die Axiome der euklidischen Geometrie. Diese auf der GDM 2024 entstandene Debatte kann durch den Begriff der monomorphen Axiomensysteme nach Hischer (2012, 2016) bereichert werden. Monomorphe Axiomensysteme sind solche, deren Modelle alle zueinander isomorph sind. Axiomensysteme, die nicht monomorph sind, nennen wir polymorph. Monomorphe und nicht monomorphe Systeme werden einander zunächst aus theoretischer Perspektive gegenüberstellt. Um ihre (mögliche) Rolle in universitären Lehrveranstaltungen zu untersuchen, werden Ergebnisse einer Umfrage unter 51 Dozent:innen zu 75 hochschulmathematischen Lehrveranstaltungen herangezogen. Die darin genannten Axiomensysteme werden zunächst gebündelt und hinsichtlich ihrer Mono- oder Polymorphie beurteilt. Aus den weiteren Antworten der Befragten zur Rolle von Axiomen in ihrer Lehrveranstaltung werden erste Hypothesen für einen typischen Umgang mit verschiedenartigen Axiomensystemen in der Hochschullehre gezogen.

Analyse des Beweisverständnisses von Mathematikstudierenden in der Studieneingangsphase

Svenja Kaiser, Markus Vogel, Leif Döring & Stefan Münzer

In deutschen Universitäten lag die Studienabbruchquote in der Mathematik und den Naturwissenschaften 2020 bei 50%. Einige Ursachen konnten bereits identifiziert werden, beispielsweise die große Heterogenität bei den schulischen Vorkenntnissen oder Probleme mit der mathematischen Fachsprache. Auch die Beweise bereiten den Studienanfänger*innen Schwierigkeiten, sowohl das eigene Beweisen als auch das Verstehen gegebener Beweise. In der vorliegenden Längsschnittstudie wurde das Beweisverständnis von Studienanfänger*innen 2022 und 2023 an der Universität Mannheim untersucht. Zusätzlich wurde das Beweisverständnis der Studierenden zum Ende des ersten Semesters sowie zu Beginn und zum Ende des dritten Semesters erfasst. Von den insgesamt 406 erhobenen Studierenden studierten 72% Wirtschaftsmathematik, 13% Lehramt, 5% Wirtschaftspädagogik und 4% VWL. Bei den Punktzahlen im Beweisverständnistest unterschieden sich die Mittelwerte der Erstsemesterstudierenden von 2022 und 2023 signifikant ($p<0.05$), sowohl zu Beginn des Semesters als auch am Ende des Semesters. Für die Längsschnittbetrachtung über drei Semester konnten die Datensätze der Erstsemesterstudierenden aus 2022 und der Drittsemesterstudierenden aus 2023 in 50 Fällen durch das Pseudonym verknüpft werden. Diese Studierenden absolvierten denselben Beweisverständnistest zu Beginn ihres ersten und zu Beginn ihres dritten Semesters, es konnte jedoch in einem t-Test für abhängige Stichproben keine signifikante Verbesserung festgestellt werden. Bis zur Tagung werden voraussichtlich bereits Daten von 2024 vorliegen.

Tagungsort & Anreise

Die Tagung findet in **Haus 1** des "Campus Ulmenstraße der Uni Rostock" statt.

"Campus Ulmenstraße der Uni Rostock"
Universität Rostock
Institut für Mathematik
Ulmenstraße 69
18057 Rostock

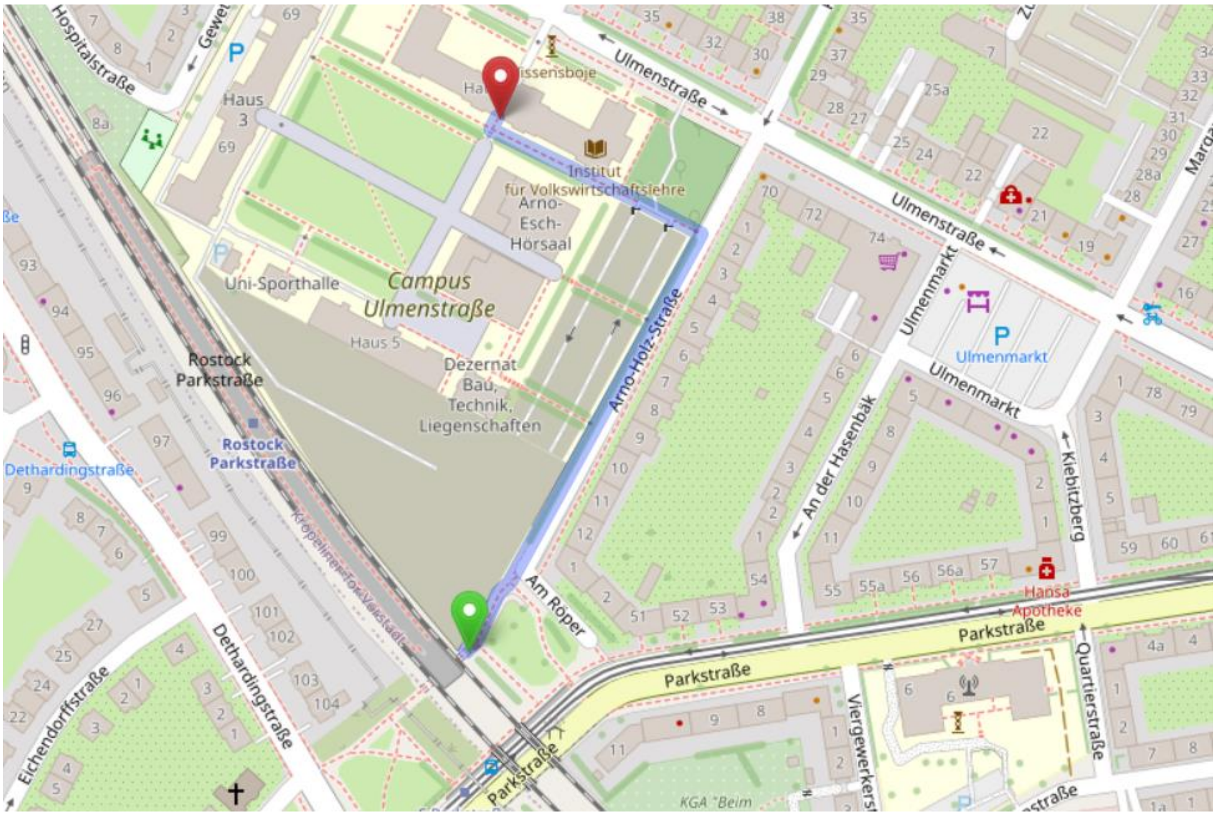
Kontakt für Anfragen während der Tagung

Sekretariat, Tel.: +49 (381) 498 6551

Anreise mit öffentlichen Verkehrsmitteln

Zum Tagungsort gelangen Sie mit öffentlichen Verkehrsmitteln sowohl mit der Straßenbahn als auch mit der S-Bahn. Steigen Sie an der Haltestelle „S Parkstraße" (grüne Markierung in Karte unten) aus. Gehen Sie auf die Arno-Holz-Straße und folgen Sie dem Straßenverlauf. Biegen Sie links ab und überqueren Sie den Parkplatz der Universität. Zu Ihrer rechten Seite liegt nun Haus 1 (rote Markierung in Karte unten).

Fahrplanauskünfte finden Sie unter https://www.rsag-online.de/



Karte erstellt mit www.openstreetmap.org

Hinweise zu Parkmöglichkeiten

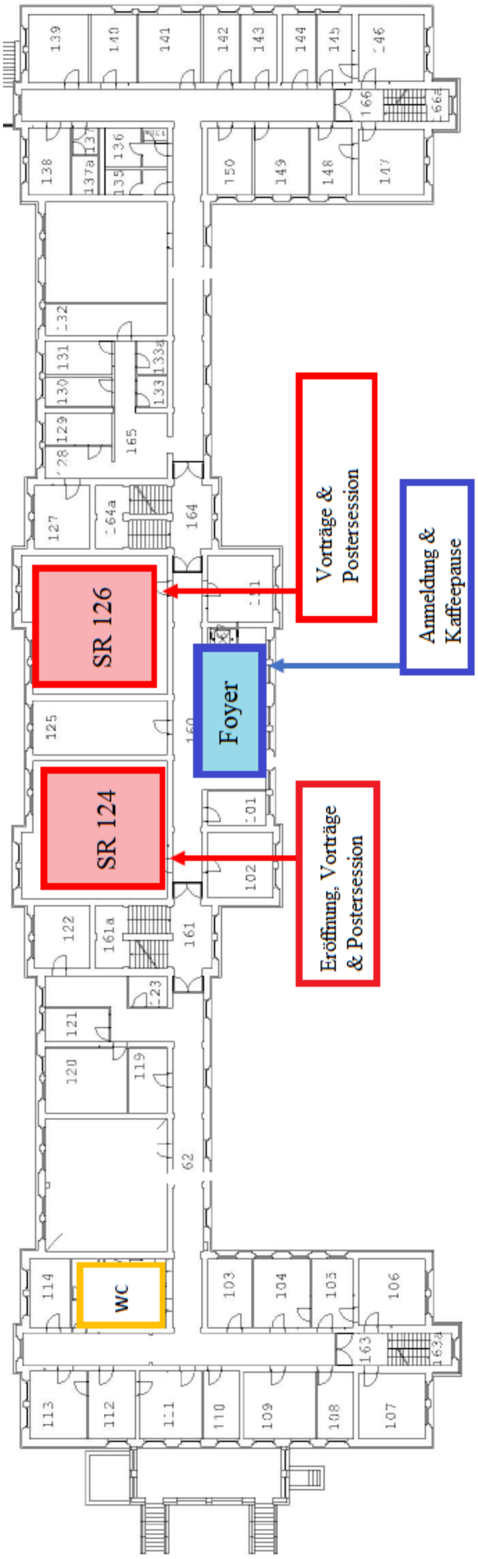
Wegen umfangreicher Baumaßnahmen sind die Parkmöglichkeiten am Campus derzeit stark beschränkt. Wir empfehlen daher die Anreise mit öffentlichen Verkehrsmitteln. Auf der folgenden Webseite finden Sie mögliche kostenfreie P+R Parkplätze: https://www.rsag-online.de/service/park-ride/.

Falls Sie aus dringenden Gründen einen Parkplatz in direkter Nähe zum Tagungsort benötigen, wenden Sie sich bitte an das lokale Organisationsteam.

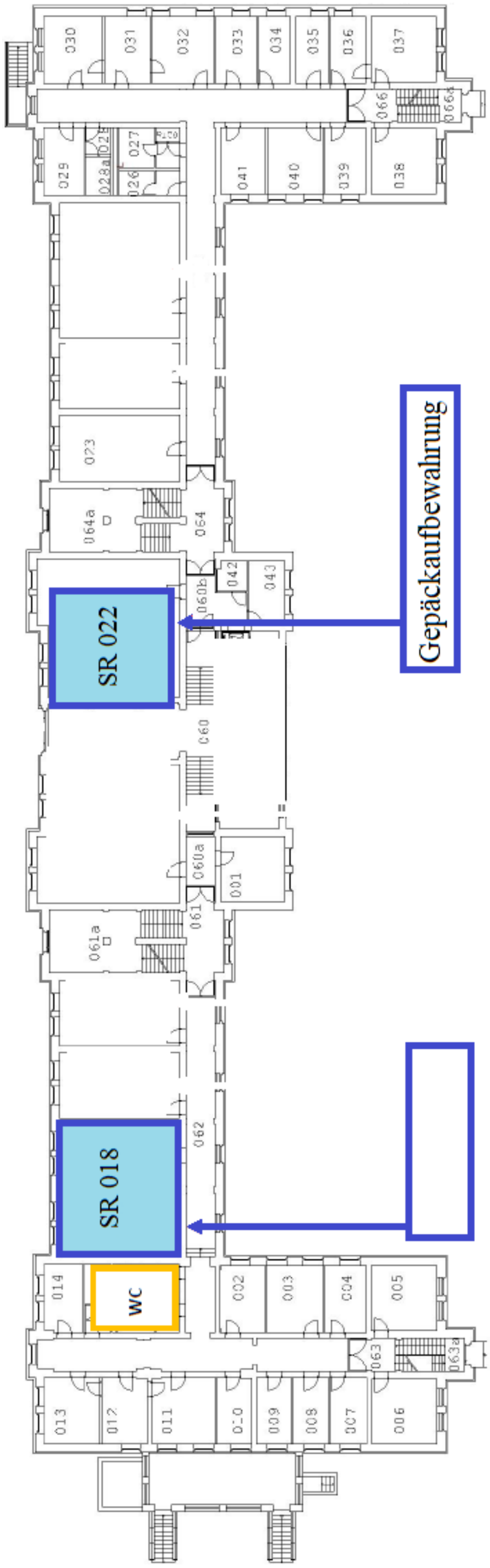
Im Gebäude

Die Anmeldung und Eröffnung finden in der 1. Etage statt.

1. Etage



Erdgeschoss



Gepäckaufbewahrung

Es besteht die Möglichkeit, das Gepäck am An- und Abreisetag in einem verschlossenen Raum aufzubewahren.

Hinweise zur Verpflegung

Wir weisen darauf hin, dass lediglich Kaffee, Tee und Kekse gestellt werden. In den Mittagspausen kann die „Mensa Ulme“ genutzt werden, die sich direkt am Tagungsort befindet. In der Mensa ist Kartenzahlung möglich. Weitere Möglichkeiten sind in der Nähe vorhanden (Imbisse, Restaurants, etc.).

Konferenzdinner am Donnerstagabend

Das Konferenzdinner (Selbstzahlbasis) findet am Donnerstagabend (26.09.2024) ab 18.00 Uhr im Café Central (Leonhardstraße 22) statt. Bitte tragen Sie Ihre verbindliche Bestellung bis **spätestens 24.09.2024** unter https://terminplaner6.dfn.de/de/b/3151034e9d568f8a8b73fab95f833cc5-884835 ein.

Menüauswahl

central
CAFÉ · RESTAURANT · BAR

ANGEBOT

1	**Caesars Salad** Romana salat, knusprige Croutons, Grana Padano & Caesar Dressing	11,90 €
2	**Zitronen Pasta** frische Bandnudln, Zitronenbutter, grober Pfeffer, Lauchzwiebeln & Grana Padano	12,90 €
	extra Topping zu Salat & Pasta	5,50 €
3	gebratenes Lachsfilet	
4	gebratene Maispouladenbrust	
5	**Central Burger** home made Brioche, saftiger Rinderpatty, Salat, Tomate, rote Zwiebel würzige Käsesoße, krosser Bacon & Löffelpommes	17,50 €
6	**Ziegenkäseburger** home made Brioche, warmer Ziegenkäse, Avocadocreme, Tomaten, Ruccola, Zwiebelmarmelade, Walnuss & Löffelpommes	17,90 €
7	**Fish & Chips** knuspriges Tempura Lachsfilet, Löffelpommes & Remouladensoße	19,50 €
8	**argentinisches Rumpsteak 250g,** Waldpilze, Bratkartoffeln mit Speck und Zwiebel & Salatbouqet	26,80 €