Mathematisches Kolloquium am 31.03.2016
13:00 Uhr, HS 125 (Ulmenstraße 69, Haus 3)

Gerd Christoph

Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
Email: gerd.christoph@ovgu.de

Unterschiede im Zentralen Grenzwertsatz mit normaler und nicht-normaler stabiler Grenzverteilung

Zusammenfassung:

Wir betrachten das asymptotische Verhalten einer standardisierten Summe von unabhängigen identisch verteilten Zufallsgrößen, die zu einer stabilen Grenzverteilung konvergiert. Die Stabilitätseigenschaft bedeutet hier:

Seien S, S_1, S_2 unabhängige identisch verteilte Zufallsgrößen. Dann ist S stabil, wenn $\forall a_1 > 0$ und $\forall a_2 > 0$ Konstanten $a > 0$ and b derart existieren, dass $a_1 S_1 + a_2 S_2 \overset{d}{=} aS + b$ gilt ($\overset{d}{=}$ bedeutet Gleichheit in Verteilung).

Die Normalverteilung ist die bekannteste und bestens studierte stabile Verteilung, es gibt aber weitere Verteilungsklassen wie z.B. die Cauchy- oder Lévy-Verteilung, die weder endliche Streuungen noch endliche Erwartungswerte besitzen und somit zu den sogenannten heavy-tailed Verteilungen gehören, die vor allem dazu verwendet werden, extreme Ereignisse (z.B. einen Börsencrash in der Finanzmathematik) zu modellieren.

Notwendige und hinreichende Bedingungen für eine gewisse Konvergenzrate im Falle der normalen Grenzverteilung sind wohlbekannt, es ist aber nach wie vor ein offenes Problem für nicht-normale stabile Grenzverteilungen. Wir diskutieren einige analytische Probleme für die Schwierigkeiten.

Wir zeigen, dass Pseudomomente quantitative und/oder qualitative Verbesserungen bei Konvergenzabschätzungen und asymptotischen Entwicklungen liefern, wobei wieder keine äquivalenten Ergebnisse möglich sind.

Ungleichmäßige Abschätzungen der Restglieder in asymptotischen Entwicklungen liefern neue Ergebnisse für Wahrscheinlichkeiten großer Abweichungen und für Anwendungen in der Risikotheorie.

Zahlreiche Beispiele demonstrieren die Unterschiede in den Ergebnissen.